

إهداء
إلى لؤي، المفضل، والإسراء
د. نال، نحوي

الإهداء
ح. طيبة، بتيات

سريته
2

وصف وتحليل وتطبيق

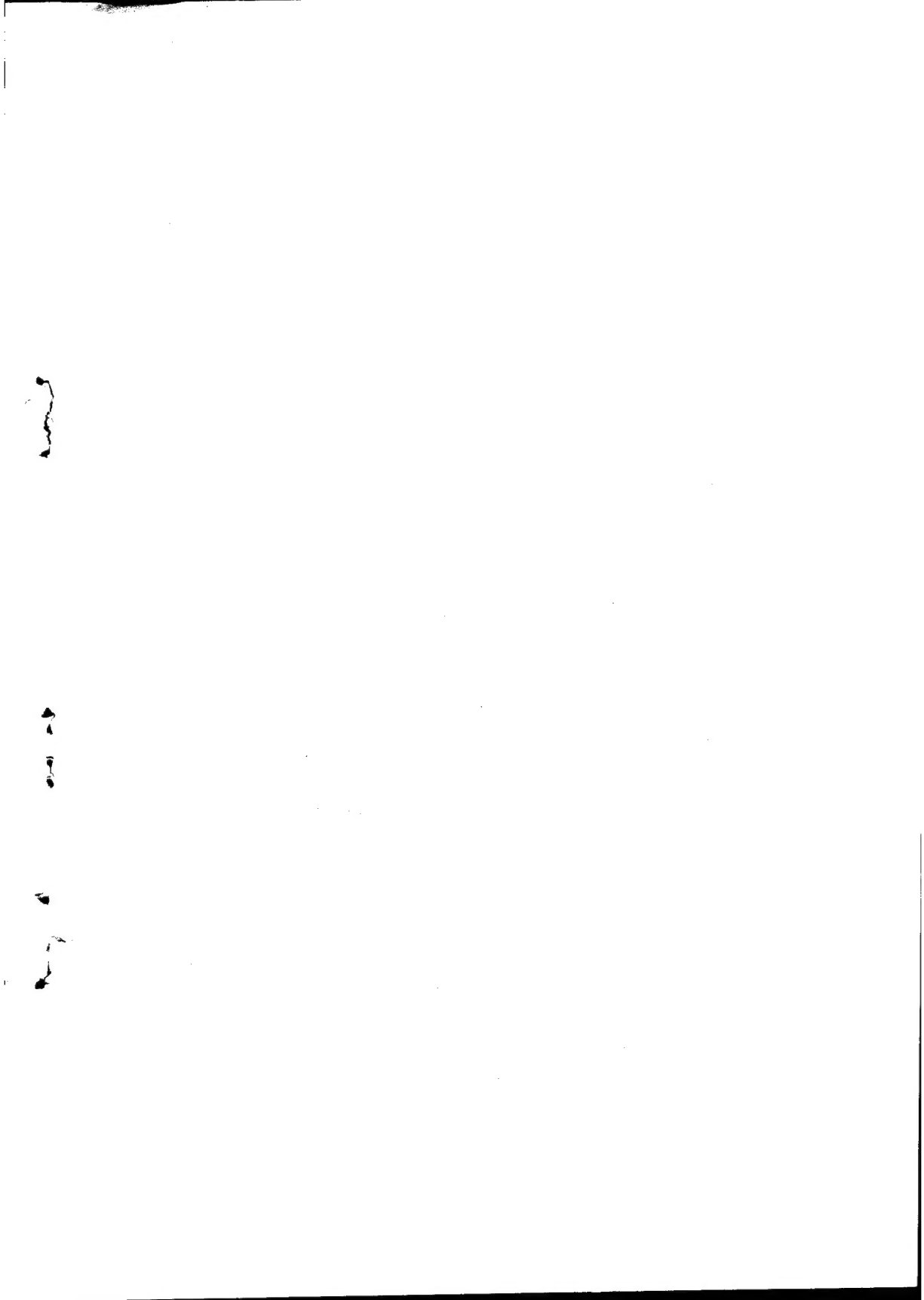
في

مجال السياحة والفنادق

الجزء الثاني

دكتور / محمد الزنظلي

٢٠٠٥



الباب الأول

التوزيع الطبيعي وتطبيقاته

3

1

2

الباب الأول

التوزيع الطبيعي وتطبيقاته

يشتمل هذا الباب على ثلاثة فصول هي : -

الفصل الأول : التوزيع التكراري المعتدل كمدخل لدراسة التوزيع الطبيعي .

الفصل الثاني : دوال التوزيع الطبيعي .

الفصل الثالث : تطبيقات .

الفصل الأول

التوزيع التكراري المعتدل كمدخل لدراسة التوزيع الطبيعي

أولاً : الوصف الإحصائي باستخدام التكرارات المطلقة :

- ١- العرض الجدولي والبياني (المدرج ، المضلع ، المنحني) .
- ٢- القياس الإحصائي (النزعة المركزية ، التشتت ، الالتواء ، التفرطح)
- ٣- خصائص التوزيع .

ثانياً : الوصف الإحصائي باستخدام التكرارات النسبية (الاحتمال الإحصائي)

- ١- العرض الجدولي البياني (المدرج ، المضلع ، المنحني)
- ٢- القياس الإحصائي (النزعة المركزية ، التشتت ، الالتواء ، التفرطح)
- ٣- خصائص التوزيع .



أولاً : الوصف الإحصائي باستخدام التكرارات المطلقة :

سبق للطالب دراسة التوزيع التكراري الملتوي والمعتدل في الجزء الأول من هذا الكتاب ، وفي الجزء الثاني هذا سيتم تناول التوزيع التكراري المعتدل فقط لكن بصورة أكثر تفصيلاً ، ذلك لأن معظم ظواهر الحياة تأخذ شكل التوزيع التكراري المعتدل ، ومن ثم يمثل هذا التوزيع أهمية كبيرة في الدراسات الإحصائية ، والمثال التالي بمثابة إعادة وكمهيد للدراسة التفصيلية للتوزيع التكراري المعتدل .

المثال

الجدول التالي هو توزيع تكراري معتدل لامتحان ١٢٨ طالب في مادة الإحصاء :

فئات	١٠-٠	٢٠-١٠	٣٠-٢٠	٤٠-٣٠	٥٠-٤٠	٦٠-٥٠	٧٠-٦٠	٨٠-٧٠	المجموع
تكرارات	١	٧	٢١	٣٥	٣٥	٢١	٧	١	١٢٨

والمطلوب :

١- العرض الجدولي والبياني للتوزيع .



٢- قياس النزعة المركزية والتشتت والالتواء والتفرطح .

٣- خصائص التوزيع .

الحل

(١) العرض الجدولي والبياني للتوزيع التكراري المعتدل :

أ - المدرج التكراري المعتدل :

يتضح من العرض الجدولي والبياني التاليين شكل المدرج

التكراري المعتدل ويلاحظ ما يلي : -

* أن قواعد المستطيلات متساوية وهي عبارة عن طول الفئة ،

وأن ارتفاع كل مستطيل عبارة عن تكرار الفئة المناظر ، وقد

تم التعويض عن طول الفئة بالرقم واحد طالما أن طول الفئة

ثابت وللحصول على المجموع الكلي للتكرارات .

* أن المدرج التكراري المعتدل متماثل حيث أن عدد المستطيلات

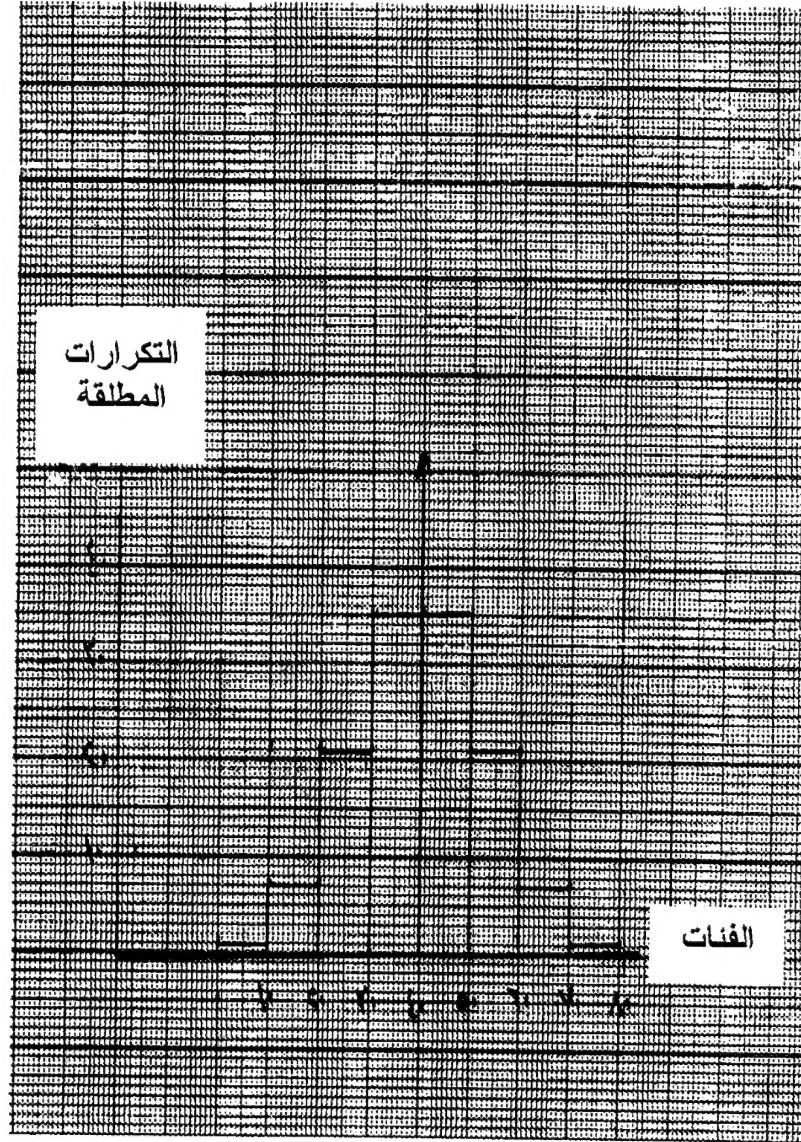
قبل المنتصف تماثل عدد المستطيلات بعد المنتصف ، وأن

محور التماثل يوازي المحور الرأسي (محور التكرارات) .



العرض الجدولي للمدرج التكراري المعتدل :

الفئات	مساحة المدرج (مساحات المستطيلات)	التكرارات (المساحات) المطلقة
٠ - ١٠	١ × ١	١
١٠ - ٢٠	٧ × ١	٧
٢٠ - ٣٠	٢١ × ١	٢١
٣٠ - ٤٠	٣٥ × ١	٣٥
٤٠ - ٥٠	٣٥ × ١	٣٥
٥٠ - ٦٠	٢١ × ١	٢١
٦٠ - ٧٠	٧ × ١	٧
٧٠ - ٨٠	١ × ١	١
المجموع		١٢٨



المدرج التكراري المعتدل



ب- المضلع التكراري المعتدل :

يتضح من العرض الجدولي والبياني التاليين شكل المضلع

التكراري المعتدل ويلاحظ ما يلي :

* أن توزيع المساحة تحت المضلع التكراري المعتدل متماثلة

حيث تماثل شبه المنحرفات والمثلث قبل المنتصف مع شبه

المنحرفات والمثلث بعد المنتصف ، وأن محور التماثل يوازي

المحور الرأسي (محور التكرارات) .

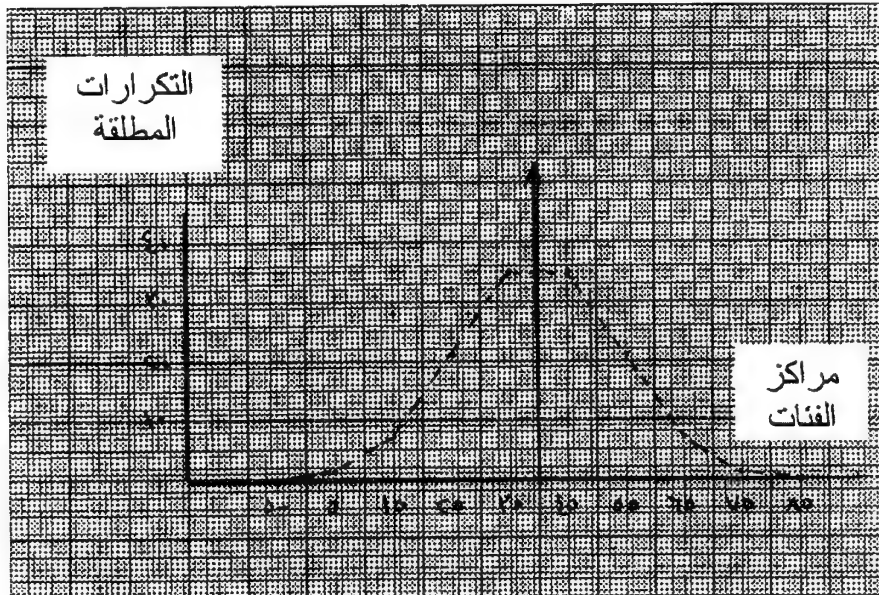
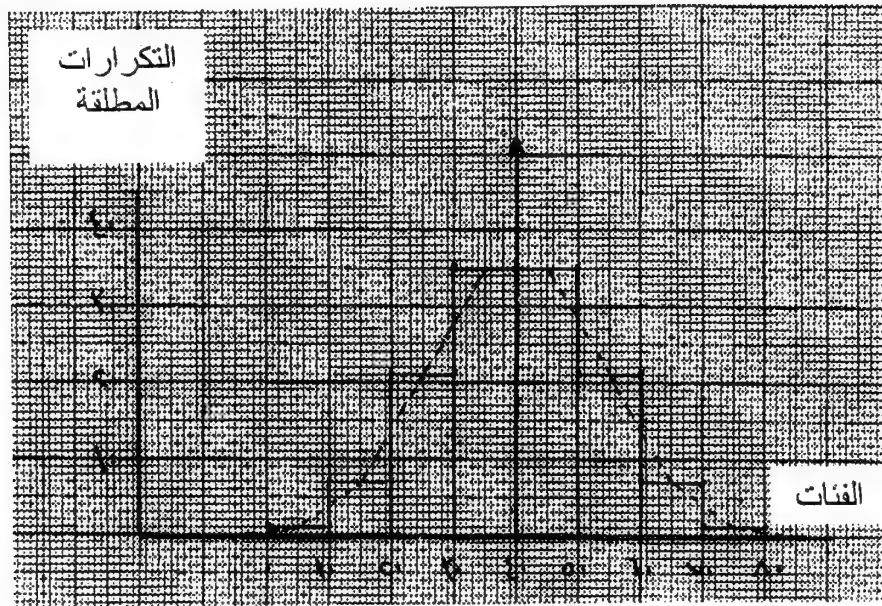
* أن مجموع مساحات (تكرارات) شبه المنحرف بالإضافة إلى

مساحة المثلثين يساوي مجموع التكرارات المطلقة .



العرض الجدولي للمضلع التكراري المعتدل :

الفئات	مساحة المضلع (مساحات شبه المنحرف + مساحة المثلثين)	المساحات (التكرارات) المطلقة
٥ - ٥	مساحة المثلث = $1 \times 1 \times \frac{1}{2}$	٠,٥
١٥ - ٥	مساحة شبه المنحرف = $1 \times (7+1) \times \frac{1}{2}$	٤,٠
٢٥ - ١٥	مساحة شبه المنحرف = $1 \times (21+7) \times \frac{1}{2}$	١٤,٠
٣٥ - ٢٥	مساحة شبه المنحرف = $1 \times (35+21) \times \frac{1}{2}$	٢٨,٠
٤٥ - ٣٥	مساحة شبه المنحرف = $1 \times (35+35) \times \frac{1}{2}$	٣٥,٠
٥٥ - ٤٥	مساحة شبه المنحرف = $1 \times (21+35) \times \frac{1}{2}$	٢٨,٠
٦٥ - ٥٥	مساحة شبه المنحرف = $1 \times (7+21) \times \frac{1}{2}$	١٤,٠
٧٥ - ٦٥	مساحة شبه المنحرف = $1 \times (1+7) \times \frac{1}{2}$	٤,٠
٨٥ - ٧٥	مساحة شبه المنحرف = $1 \times 1 \times \frac{1}{2}$	٠,٥
المجموع		١٢٨

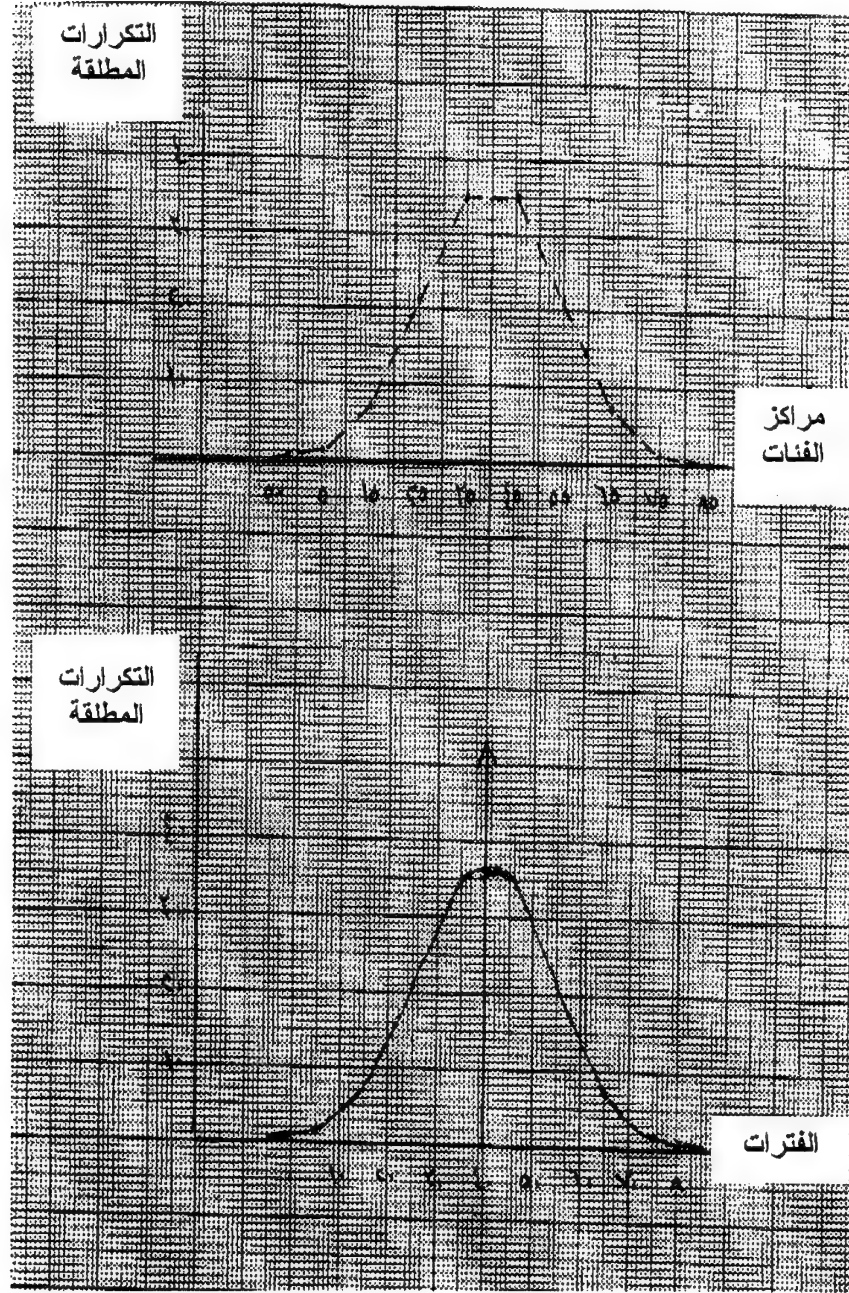


المضلع التكراري المعتدل

ج- المنحنى التكراري المعتدل :

يتأني المنحنى التكراري إذا ما زادت عدد نقاط المصّلع التكراري لدرجة تصبح معها هذه النقاط متماسة فيتشكل المنحنى، وهنا يصبح مجال المنحنى أي المحور الأفقي على شكل فترات وليس فئات أو مراكز الفئات ، ويسمي المنحنى التكراري المعتدل بالمنحنى الطبيعي أو التوزيع الطبيعي حيث يمثل معظم الظواهر الطبيعية في الحياة ، ويتضح هذا المنحنى في العرض البياني التالي .

وقد تم تناول العرض البياني هذا بدون العرض الجدولي والسبب أن ذلك يتطلب استخدام دالة كثافة التوزيع التكراري المعتدل والتي سترد في الفصول القادمة .



المنحنى التكراري المعتدل



(٢) قياس النزعة المركزية والتشتت والالتواء والتفرطح :

يكتمل الوصف الإحصائي للتوزيع إذا ما تم قياس النزعة المركزية

للتوزيع وكذا تشتته والتواءه وتفرطحه .

* قياس النزعة المركزية للتوزيع

* المتوسط الحسابي (سـ)

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

الفئات	التكرارات (ك)	مراكز الفئات (س)	س ك
١٠ - ٠	١	٥	٥
٢٠ - ١٠	٧	١٥	١٠٥
٣٠ - ٢٠	٢١	٢٥	٥٢٥
٤٠ - ٣٠	٣٥	٣٥	١٢٢٥
٥٠ - ٤٠	٣٥	٤٥	١٥٧٥
٦٠ - ٥٠	٢١	٥٥	١١٥٥
٧٠ - ٦٠	٧	٦٥	٤٥٥
٨٠ - ٧٠	١	٧٥	٧٥
المجموع	١٢٨	/	٥١٢٠

$$\bar{س} = \frac{\sum س ك}{\sum ك} = \frac{٥١٢٠}{١٢٨} = ٤٠ \therefore \bar{س} = \frac{\sum س ك}{\sum ك}$$



* الوسيط (ط) :

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

المتجمعات	الحدود العليا للفئات	التكرارات (ك)	الفئات
١	١٠ -	١	(١٠ - ٠)
٨	٢٠ -	٧	(٢٠ - ١٠)
٢٩	٣٠ -	٢١	(٣٠ - ٢٠)
٦٤	٤٠ -	٣٥	(٤٠ - ٣٠)
٩٩	٥٠ -	٣٥	(٥٠ - ٤٠)
١٢	٦٠ -	٢١	(٦٠ - ٥٠)
١٢٧	٧٠ -	٧	(٧٠ - ٦٠)
١٢٨	٨٠ -	١	(٨٠ - ٧٠)
/	/	١٢٨	المجموع

$$\therefore \text{تكرار الوسيط} = \frac{\text{مجموع}}{٢} = \frac{١٢٨}{٢} = ٦٤$$

، \therefore الفئة الوسيطة هي الفئة التي تقابل تكرار الوسيط من جدول

المتجمع الصاعد .

\therefore الفئة الوسيطة هي (٤٠ -)

$$\therefore \text{ط} = \text{ب} + \frac{\text{ت}_١ \times \text{ل}}{\text{ت}_١ + \text{ت}_٢}$$

$$\therefore \text{ط} = ٤٠ + \frac{١٠ \times ٠}{٠ + ٢١} = ٤٠$$



المنوال (م) :

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

الترددات (ك)	الفئات
١	(١٠ - ٠)
٧	(٢٠ - ١٠)
٢١	(٣٠ - ٢٠)
٣٥	(٤٠ - ٣٠)
٣٥	(٥٠ - ٤٠)
٢١	(٦٠ - ٥٠)
٧	(٧٠ - ٦٠)
١	(٨٠ - ٧٠)
١٢٨	المجموع

∴ الفئة المتوالية هي التي تقابل أكبر تكرار من الجدول التكراري

العادي .

∴ الفئة المتوالية هي (٤٠ - ٣٠) أو (٥٠ - ٤٠)

$$، ∴ م = ب + \frac{ت_١ \times ل}{ت_١ + ت_٢}$$

$$٤٠ = ١٠ + ٣٠ = \frac{١٠ \times ١٤}{٠ + ١٤} + ٣٠ =$$

$$أو م = ٤٠ + \frac{١٠ \times ٠}{١٤ + ٠} = ٤٠ = ٠ + ٤٠ =$$



قياس التشتت للتوزيع :

* التباين والانحراف المعياري

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

الفئات	(ك)	س	س ك	س ^٢ ك
١٠ - ٠	١	٥	٥	٢٥
٢٠ - ١٠	٧	١٥	١٥٥	١٥٧٥
٣٠ - ٢٠	٢١	٢٥	٥٢٥	١٣١٢٥
٤٠ - ٣٠	٣٥	٣٥	١٢٢٥	٤٢٨٧٥
٥٠ - ٤٠	٣٥	٤٥	١٥٧٥	٧٠٨٧٥
٦٠ - ٥٠	٢١	٥٥	١١٥٥	٦٣٥٢٥
٧٠ - ٦٠	٧	٦٥	٤٥	٢٩٥٧٥
٨٠ - ٧٠	١	٧٥	٧٥	٥٦٢٥
المجموع	١٢٨	/	٥١٢٠	٢٢٧٢٠٠

$$\therefore \text{ع التباين} = \frac{\text{مجموع س ك}^2}{\text{مجموع ك}} - \left(\frac{\text{مجموع س ك}}{\text{مجموع ك}} \right)^2$$

$$= \frac{227200}{128} - \left(\frac{5120}{128} \right)^2 =$$

$$= 1775 - 1600 = 175$$

$$\therefore \text{ع (الانحراف المعياري)} = \sqrt{175} = 13,2288$$



وبقياس الالتواء للتوزيع محل الدراسة باستخدام مقاييس النزعة المركزية

ومقاييس التشتت الناتجة فارن :

$$\therefore \text{معامل الالتواء} = \frac{\bar{s} - \text{ط أو م}}{ع}$$

$$\therefore \text{معامل الالتواء} = \frac{٤٠ - ٤٠}{١٣,٢٢٨} = \text{صفر}$$

∴ التوزيع التكراري محل الدراسة توزيع معتدل (مبادئ الإحصاء) .

الالتواء والتفرطح باستخدام العزوم :

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

الفئات	(ك)	س	(س - س) ح	ح ك	ح ^٢ ك	ح ^٣ ك	ح ^٤ ك
١٠ - ٠	١	٥	٣٥ -	٣٥ -	١٢٢٥	٤٢٨٧٥ -	١٥٠٠٦٢٥
٢٠ - ١٠	٧	١٥	٢٥ -	١٧٥ -	٤٣٧٥	١٠٩٣٧٥ -	٢٧٤٣٧٥
٣٠ - ٢٠	٢١	٢٥	١٥ -	٣١٥ -	٤٧٢٥	٧٠٨٧٥ -	١٠٦٣١٢٥
٤٠ - ٣٠	٣٥	٣٥	٥ -	١٧٥ -	٨٧٥	٤٣٧٥ -	٢١٨٧٥
٥٠ - ٤٠	٣٥	٤٥	٥	١٧٥	٨٧٥	٤٣٧٥	٢١٨٧٥
٦٠ - ٥٠	٢١	٥٥	١٥	٣١٥	٤٧٢٥	٧٠٨٧٥	١٠٦٣١٢٥
٧٠ - ٦٠	٧	٦٥	٢٥	١٧٥	٤٣٧٥	١٠٩٣٧٥	٢٧٤٣٧٥
٨٠ - ٧٠	١	٧٥	٣٥	٣٥	١٢٢٥	٤٢٨٧٥	١٥٠٠٦٢٥
المجموع	١٢٨	/	صفر	صفر	٢٢٤٠٠	صفر	١٠٦٤٠٠٠٠

$$\frac{\begin{array}{r} 2 \\ 24 \\ \hline 24 \end{array}}{24} = \therefore \text{معامل الالتواء}$$

$$\therefore \text{العزم الثاني (} \tau \text{)} = \frac{\text{م} \cdot \text{ح}^2 \cdot \text{ك}}{\text{م} \cdot \text{ح} \cdot \text{ك}} - \left(\frac{\text{م} \cdot \text{ح} \cdot \text{ك}}{\text{م} \cdot \text{ح} \cdot \text{ك}} \right)^2$$

$$2\left(\frac{\text{صفر}}{128}\right) - \frac{22400}{128} =$$

$$= 175 - \text{صفر}$$

$$13,2288 = \varepsilon \therefore 170 =$$

$$\therefore \text{العزم الثالث (٣م)} = \left(2 \left(\frac{\text{مجح ك}}{\text{مجنك}} \right)^2 + \frac{\text{مجح ك}^2}{\text{مجنك}} \times \frac{\text{مجح ك}^2}{\text{مجنك}} \times 3 \right) - \frac{\text{مجح ك}^3}{\text{مجنك}}$$

$$\left(\left(\frac{\text{صفر}}{۱۲۸} \right)^۲ + \frac{۲۲۴۰۰}{۱۲۸} \times \frac{\text{صفر}}{۱۲۸} \times ۳ \right) - \frac{\text{صفر}}{۱۲۸} =$$

$$= \text{صفر} - \left(\text{صفر} + \text{صفر} \right)$$

== صفر

$$\text{صفر} = \frac{{}^2(0)}{{}^r(170)} = \therefore \text{معامل الالتواء}$$

∴ التوزيع التكراري محل الدراسة توزيع معتدل (مبادئ الإحصاء)

$$\frac{4}{2} = \therefore \text{معامل التفرطح}$$

” هي نفس النتيجة السابقة لقيمة التباين (العزم الثاني هو التباين) .



$$\therefore \text{العزم الرابع (م)} = \frac{\text{بح ك}^{\text{ع}}}{\text{بح ك}} - 3 \left(\frac{\text{بح ك}^{\text{د}}}{\text{بح ك}} \right) - 4 \times \frac{\text{بح ك}^{\text{ج}}}{\text{بح ك}} \times \frac{\text{بح ك}^{\text{ب}}}{\text{بح ك}} - \frac{\text{بح ك}^{\text{ا}}}{\text{بح ك}}$$

$$+ 6 \left(\frac{\text{بح ك}^{\text{ا}}}{\text{بح ك}} \right) \times \frac{\text{بح ك}^{\text{ب}}}{\text{بح ك}}$$

$$= \frac{10640000}{128} - 3 \left(\frac{\text{صفر}}{128} \right) - 4 \times \frac{\text{صفر}}{128} \times \frac{\text{صفر}}{128} - \frac{\text{صفر}}{128}$$

$$= 83125$$

$$\therefore \text{معامل التفرطح} = \frac{83125}{3.625} = \frac{83125}{(175)^2}$$

$$= 2,7143 \approx 3$$

(٣) خصائص التوزيع :

$$\text{أ - } \bar{x} = \text{ط} = \text{م} = (40 \text{ في المثال محل الدراسة})$$

$$\text{ب - التباين} = 175, \text{ الانحراف المعياري} = 13,2288$$

$$\text{ج - معامل الالتواء} = \text{صفر}$$

$$\text{د - معامل التفرطح} = 2,7143 \approx 3$$



ثانيا : الوصف الإحصائي باستخدام التكرارات النسبية (الاحتمال الاحصائي) :

١ - العرض الجدولي واثباتي : (المثال محل ادراسة)

الجدول الإحصائي اللازم للمدرج التكراري النسبي المعتدل :

الفئات	التكرار المطلق	التكرار النسبي (الاحتمال الاحصائي)
١٠ - ٠	١	٠,٠٠٨٠
٢٠ - ١٠	٧	٠,٠٥٤٦
٣٠ - ٢٠	٢١	٠,١٦٤٠
٤٠ - ٣٠	٣٥	٠,٢٧٣٤
٥٠ - ٤٠	٣٥	٠,٢٧٣٤
٦٠ - ٥٠	٢١	٠,١٦٤٠
٧٠ - ٦٠	٧	٠,٠٥٤٦
٨٠ - ٧٠	١	٠,٠٠٨٠
المجموع	١٢٨	١

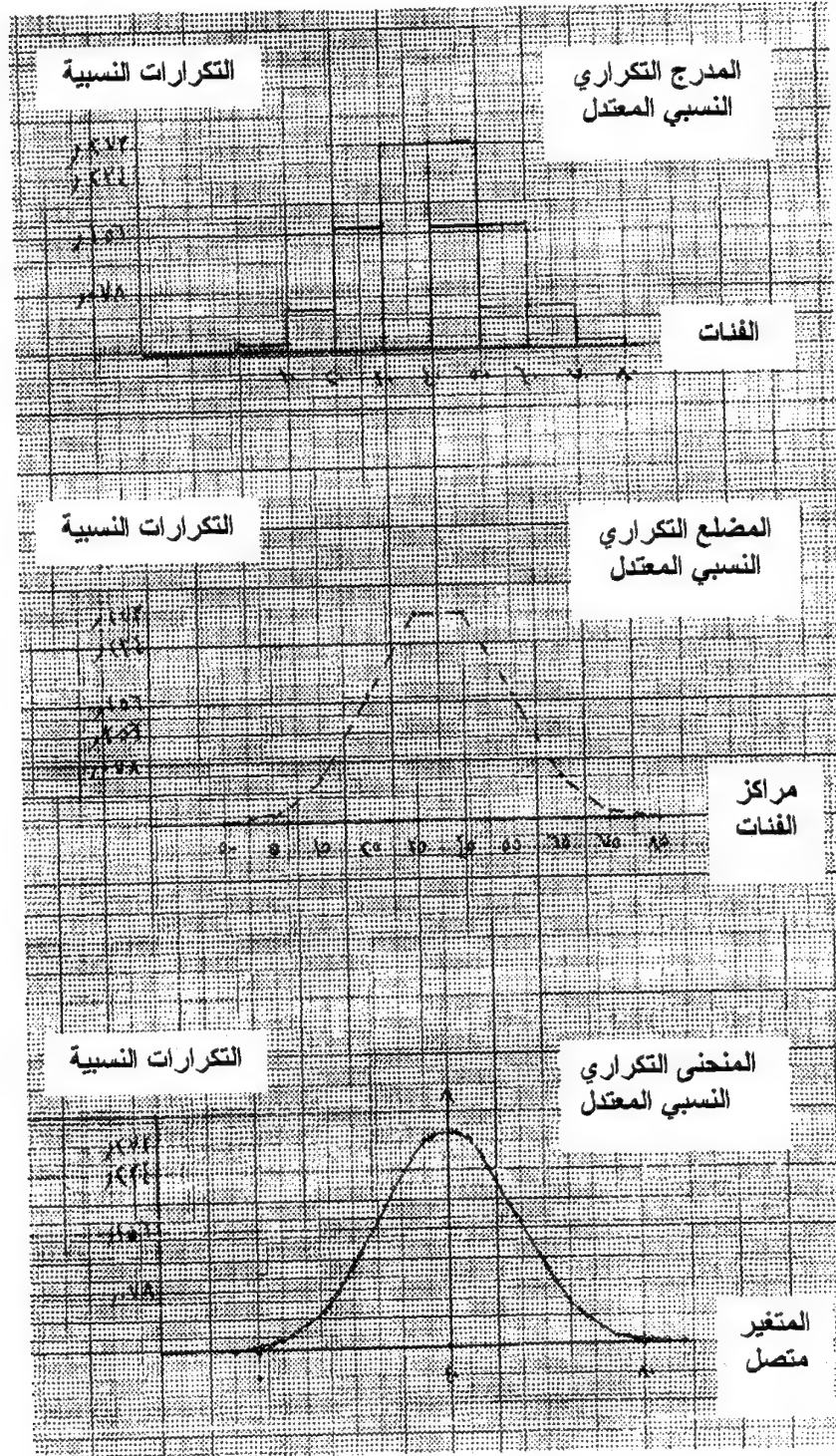
الجدول الإحصائي اللازم للمضلع التكراري النسبي المعتدل :

مراكز الفئات	التكرار المطلق	التكرار النسبي (الاحتمال الاحصائي)
٥	١	٠,٠٠٨٠
١٥	٧	٠,٠٥٤٦
٢٥	٢١	٠,١٦٤٠
٣٥	٣٥	٠,٢٧٣٤
٤٥	٣٥	٠,٢٧٣٤
٤٥	٢١	٠,١٦٤٠
٦٥	٧	٠,٠٥٤٦
٧٥	١	٠,٠٠٨٠
المجموع	١٢٨	١



الجدول الإحصائي اللازم للمنحنى التكراري النسبي المعتدل :

الفترات	التكرار المطلق	التكرار النسبي (الاحتمال الإحصائي) ح	ح متجمع صاعد
$10 \geq$	١	٠,٠٠٨٠	٠,٠٠٨٠
$20 \geq$	٧	٠,٠٥٤٦	٠,٠٦٢٦
$30 \geq$	٢١	٠,١٦٤٠	٠,٣٢٦٦
$40 \geq$	٣٥	٠,٢٧٣٤	٠,٥٠٠٠
$50 \geq$	٣٥	٠,٢٧٣٤	٠,٧٧٣٤
$60 \geq$	٢١	٠,١٦٤٠	٠,٩٣٧٤
$70 \geq$	٧	٠,٠٥٤٦	٠,٩٩٢٠
$80 \geq$	١	٠,٠٠٨٠	١,٠٠٠٠
المجموع	١٢٨	١	/





ويتضح من العرض الجدولي والبياني الملاحظات التالية :

أ - أن التكرار النسبي للفئة عبارة عن التكرار المطلق للفئة مقسوماً على

المجموع الكلي للتكرارات .

ب- أن مجموع التكرارات النسبية يساوي الواحد الصحيح ، وهذه قاعدة

لأى توزيع تكراري نسبي .

ج- أن الأشكال الثلاثة متماثلة ، وأن محور التماثل يوازي المحور

الرأسي أي محور التكرارات النسبية ، كما أنه يقسم مساحة الشكل

عند المنتصف إلى قسمين متساويين في المساحة ، وأن كل قسم

يساوي ٠,٥ أو ٥٠% من مساحة الشكل والتي تساوي الواحد

الصحيح أو المجموع الكلي للتكرارات .

د - عند رسم الأشكال الثلاثة قد اتبعت نفس الخطوات في حالة

التكرارات المطلقة .

٢- القياس الإحصائي : (المثال محل الدراسة)

إذا تعاملنا مع بيانات التوزيع على أنها تكرارات نسبية فإنه يمكن القياس



الإحصائي للتوزيع كما يلي (سيكتفي بقياس المتوسط الحسابي والانحراف المعياري):

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

مراكز الفئات (س)	التكرار النسبي أو الاحتمال الإحصائي (ح)	س ح	س ^٢ ح
٥	٠,٠٠٨٠	٠,٠٤٠	٠,٢
١٥	٠,٠٥٤٦	٠,٨١٩	١٢,٢٨٥
٢٥	٠,١٦٤٠	٤,١	١٠٢,٥٠٠
٣٥	٠,٢٧٣٤	٩,٥٦٩	٣٣٤,٩١٥
٤٥	٠,٢٧٣٤	١٢,٣٠٣	٥٥٣,٦٣٥
٤٥	٠,١٦٤٠	٩,٠٢٠	٤٩٦,١٠٠
٦٥	٠,٠٥٤٦	٣,٥٤٦	٢٣٠,٦٨٥
٧٥	٠,٠٠٨٠	٠,٦٠٠	٤٥,٠٠٠
المجموع	١	٤٠	١٧٧٥,٣٢

$$\therefore \text{المتوسط الحسابي } (\bar{S}) = \frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع ح}}$$

$$= \frac{\text{مجموع س ح}}{\text{مجموع ح}}$$

= مجموع س ح وهذا قانون في حالة التوزيع

الاحتمالي

$$\therefore \bar{S} (U) \text{ أي التوقع } = ٤٠$$

$$\therefore \text{التباين } (ع^٢) = \frac{\text{مجموع س}^٢ \text{ ح}}{\text{مجموع ح}} - \left(\frac{\text{مجموع س ح}}{\text{مجموع ح}} \right)^٢$$

$$= \frac{\text{مجموع س}^٢ \text{ ح}}{\text{مجموع ح}} - \left(\frac{\text{مجموع س ح}}{\text{مجموع ح}} \right)^٢$$



= مجس^٢ ح - (مجس ح)^٢ وهذا قانون في حالة
التوزيع الاحتمالي .

$$1600 - 1775,32 = \therefore \text{ع}^2$$

$$175,32 =$$

$$175 =$$

$$13,228 = \therefore \text{ع}$$

وهذه هي نفس النتائج في حالة التكرارات المطلقة .

الفصل الثاني

دوال التوزيع الطبيعي

أولاً : دالة التوزيع الطبيعي :

- ١- الشكل الرياضي للدالة .
- ٢- استخدام الدالة في إيجاد التوزيع.
- ٣- القياس الإحصائي للتوزيع الناتج .
- ٤- خصائص التوزيع الناتج .

ثانياً : دالة التوزيع الطبيعي المعياري :

- ١- الشكل الرياضي للدالة .
- ٢- استخدام الدالة في إيجاد التوزيع.
- ٣- القياس الإحصائي للتوزيع الناتج .
- ٤- خصائص التوزيع الناتج .

ثالثاً : دالة كثافة التوزيع الطبيعي المعياري :

- ١- الشكل الرياضي للدالة .
- ٢- استخدام الدالة في إيجاد كثافة التوزيع (الاحتمال الإحصائي)
- ٣- جدول توزيع (ي)



أولاً : دالة التوزيع الطبيعي :

١ - الشكل الرياضي للدالة :

$$د(س) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \times e^{-\frac{(س - \bar{س})^2}{2\sigma^2}}$$

حيث :

س : متغير إحصائي يتبع توزيع طبيعي .

د(س) : الارتفاع التكراري النسبي لقيم المتغير س .

$\bar{س}$: المتوسط الحسابي .

ع : الانحراف المعياري .

ط : النسبة التقريبية (٣,١٤١٦)

هـ : اللوغاريتم الطبيعي (٢,٧١٨)

٢ - استخدام الدالة في إيجاد التوزيع :

تفيد دالة التوزيع الطبيعي في أنه يمكن استخدامها في إيجاد

التوزيع التكراري لمتغير إحصائي (س) يتبع توزيع طبيعي إذا علم عنه

متوسطه الحسابي وانحرافه المعياري . وعلى ذلك إذا ما تم اعتبار أن



المتغير الإحصائي (س) عبارة عن مراكز الفئات في المثال محل الدراسة أي ٥ ، ١٥ ، ٢٥ ، ٣٥ ، ٤٥ ، ٥٥ ، ٦٥ ، ٧٥ فإنه يمكن باستخدام هذه الدالة إيجاد التوزيع التكراري لهذا المتغير طالما معلوم أن متوسطه الحسابي ٤٠ ، وانحرافه المعياري ١٣,٢٢٨ ويتطلب ذلك تكوين الجدول الإحصائي اللازم التالي والذي يلاحظ عليه ما يلي :

أ- أن التوزيع التكراري الناتج من الدالة يشبه لحد كبير التوزيع التكراري للبيانات الأصلية .

ب - أن مجموع د (س) يساوي ٠,١ .

ج - أن د (س) $\times ١٠$: هو الارتفاع النسبي للمفردة س باعتبارها

مركز الفئة مضروباً في طول الفئة ١٠ والناتج هو التكرار النسبي

للفئة ومجموعه يساوي الواحد الصحيح ، وهذا يتفق مع خاصية أن

مجموع التكرارات النسبية لأي توزيع تكراري يساوي الواحد

الصحيح .

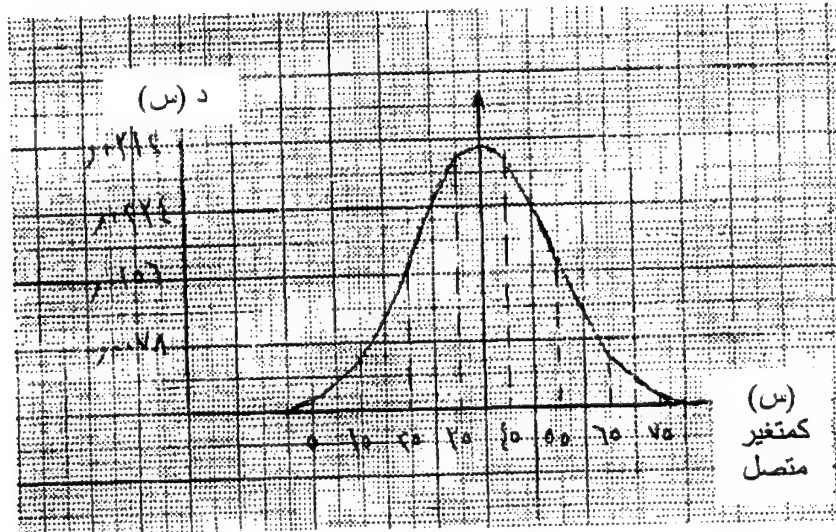


تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

س	د (س) - $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{(س - ٢٢)}{٢٢}$	د (س) $\frac{1}{٢٢}$	د (س) $\times ١٢٨ \times ١٠ \times$
٥	د (٥) - $\frac{1}{١٢٢٥} \times ٠,٠٣٠٢ = ٠,٠٠٠٩$	٠,٠٠٠٩	١,١٥٢
١٥	د (١٥) - $\frac{1}{٢٢٥} \times ٠,٠٣٠٢ = ٠,٠٠٥١$	٠,٠٠٥١	٦,٥٢٨
٢٥	د (٢٥) - $\frac{1}{٢٢٥} \times ٠,٠٣٠٢ = ٠,٠١٥٩$	٠,٠١٥٩	٢٠,٣٥٢
٣٥	د (٣٥) - $\frac{1}{٢٥} \times ٠,٠٣٠٢ = ٠,٠٢٨١$	٠,٠٢٨١	٣٥,٩٦٨
٤٥	٠,٠٢٨١ -	٠,٠٢٨١	٣٥,٩٦٨
٥٥	٠,٠١٥٩ -	٠,٠١٥٩	٢٠,٣٥٢
٦٥	٠,٠٠٥١ -	٠,٠٠٥١	٦,٥٢٨
٧٥	٠,٠٠٠٩ -	٠,٠٠٠٩	١,١٥٢
المجموع	٠,١ -	١	١٢٨



الفئات	التوزيع التكراري الأصلي						التوزيع التكراري باستخدام دالة التوزيع الطبيعي		
	تكرار مطلق	نسبي	تكرار مطلق	نسبي	تكرار مطلق	نسبي	تكرار متجمع مساعد		
							تكرار مطلق	نسبي	نسبي
١٠ - ٠	١	٠,٠٠٠٨٠	١,١٥٢	٠,٠٠٠٩	١,١٥٢	٠,٠٠٠٨٠	١	١٠٠	١,١٥٢
٢٠ - ١٠	٧	٠,٠٥٤٦	٦,٥٢٨	٠,٠٥١	٦,٥٢٨	٠,٠٦٢٦	٨	٢٠٠	٧,٦٨٠
٣٠ - ٢٠	٢٩	٠,١٦٤٠	٢٠,٣٥٢	٠,١٥٩	٢٠,٣٥٢	٠,٣٢٦٦	٢٩	٣٠٠	٢٨,٠٣٢
٤٠ - ٣٠	٣٥	٠,٢٧٣٤	٣٥,٩٦٨	٠,٢٨١	٣٥,٩٦٨	٠,٥٠٠٠	٦٤	٤٠٠	٦٤,٠٠٠
٥٠ - ٤٠	٣٥	٠,٢٧٣٤	٣٥,٩٦٨	٠,٢٨١	٣٥,٩٦٨	٠,٧٧٣٤	٩٩	٥٠٠	٩٩,٩٦٨
٦٠ - ٥٠	٢٩	٠,١٦٤٠	٢٠,٣٥٢	٠,١٥٩	٢٠,٣٥٢	٠,٩٣٧٤	١٢٠	٦٠٠	١٢٠,٣٢٠
٧٠ - ٦٠	٧	٠,٠٥٤٦	٦,٥٢٨	٠,٠٥١	٦,٥٢٨	٠,٩٩٢٠	١٢٧	٧٠٠	١٢٦,٨٤٨
٨٠ - ٧٠	١	٠,٠٠٠٨٠	١,١٥٢	٠,٠٠٠٩	١,١٥٢	١,٠٠٠٠	١٢٨	٨٠٠	١٢٨,٠٠٠
المجموع	١٢٨	١	١٢٨	١	١٢٨	١,٠٠٠٠	/	/	/



منحنى دالة التوزيع انطبيعي



توزيع تكراري يساوي الواحد .

٤ - أن د (س) 10×128 : هو التكرار النسبي للفئة مضروباً في

مجموع التكرارات المطلقة والناتج هو التكرار المطلق للفئة .

هـ - أن منحنى الدالة وهو منحنى طبيعي يشبه لحد كبير المنحنى

الطبيعي للبيانات الأصلية .

٣ - القياس الإحصائي للتوزيع الناتج :

يتحقق هذا القياس بتكوين الجدول الإحصائي اللازم التالي ثم

قياس كل من النزعة المركزية ، والتشتت ، والالتواء ، والتفرطح .

الجدول الإحصائي اللازم :

الفئات	مركز الفئة (س)	د(س) $10 \times$ (ك) $128 \times$	ح (س - س)	ح ك	ح ^٢ ك	ح ^٣ ك	ح ^٤ ك
١٠ - ٠	٥	١,١٥٢	٣٥-	٤٠,٣٢٠-	١٤١١,٢	٤٩٣٩٢-	١٧٢٨٧٢٠
٢٠ - ١٠	١٥	٦,٥٢٨	٢٥-	١٦٣,٢٠-	٤٠٨٠,٠	١٠٢٠٠٠-	٢٥٥٠٠٠٠
٣٠ - ٢٠	٢٥	٢٠,٣٥٢	١٥-	٣٠٥,٢٨-	٤٥٧٩,٢	٦٨٦٨٨-	١٠٣٠٣٢٠
٤٠ - ٣٠	٣٥	٣٥,٩٦٨	٥-	١٧٩,٨٤-	٨٩٩,٢	٤٤٩٦-	٢٢٤٨٠
٥٠ - ٤٠	٤٥	٣٥,٩٦٨	٥	١٧٩,٨٤	٨٩٩,٢	٤٤٩٦	٢٢٤٨٠
٦٠ - ٥٠	٥٥	٢٠,٣٥٢	١٥	٣٠٥,٢٨	٤٥٧٩,٢	٦٨٦٨٨	١٠٣٠٣٢٠
٧٠ - ٦٠	٦٥	٦,٥٢٨	٢٥	١٦٣,٢٠	٤٠٨٠,٠	١٠٢٠٠٠	٢٥٥٠٠٠٠
٨٠ - ٧٠	٧٥	١,١٥٢	٣٥	٤٠,٣٢٠	١٤١١,٢	٤٩٣٩٢	١٧٢٨٧٢٠
المجموع	/	١٢٨	صفر	صفر	٢١٩٣٩,٢	صفر	١٠٦٦٣٠٤٠



* قياس النزعة المركزية باستخدام الوسط الحسابي :

$$\therefore \text{س} = \frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع}} = \frac{\text{صفر}}{١٢٨}$$

$$\therefore \text{المتوسط الحسابي} = ٤٠$$

* قياس التشتت باستخدام التباين (ع^٢) ، والانحراف المعياري (ع) :

$$\therefore \text{ع} = \frac{\text{مجموع ك}^٢}{\text{مجموع}} - \left(\frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع}} \right)^٢$$

$$= \frac{٢١٩٣٩,٢}{١٢٨} - \left(\frac{\text{صفر}}{١٢٨} \right)^٢$$

$$= ١٧١,٣٩٨٤$$

$$\therefore \text{ع} = ١٣,٠٩١٩$$

* قياس الالتواء والتفرطح باستخدام العزوم :

$$\therefore \text{العزم الثالث (م}^٣\text{)} = \frac{\text{مجموع ك}^٣}{\text{مجموع}} - ٣ \times \frac{\text{مجموع ك}^٢}{\text{مجموع}} \times \frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع}} + \left(\frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع}} \right)^٣$$

$$= \frac{\text{صفر}}{١٢٨} - ٣ \times \frac{\text{صفر}}{١٢٨} \times \frac{٢١٩٣٩,٢}{١٢٨} + \left(\frac{\text{صفر}}{١٢٨} \right)^٣$$

$$= \text{صفر} - \text{صفر} + \text{صفر} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{العزم الرابع (م}^٤\text{)} = \frac{\text{مجموع ك}^٤}{\text{مجموع}} - ٤ \times \left(\frac{\text{مجموع ك}^٣}{\text{مجموع}} \right) \times \frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع}} + ٦ \times \left(\frac{\text{مجموع ك}^٢}{\text{مجموع}} \right) \times \frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع}} - \left(\frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع}} \right)^٤$$

$$+ ٦ \times \left(\frac{\text{مجموع ك}^٢}{\text{مجموع}} \right) \times \frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع}} - \left(\frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع}} \right)^٤$$



$$\frac{10663.40}{128} - \frac{\text{صفر}}{128} \times 3 - \frac{\text{صفر}}{128} \times 4 = \frac{\text{صفر}}{128}$$

$$+ \frac{21939.2}{128} \times \frac{\text{صفر}}{128} \times 6 =$$

$$= 8330.5$$

$$\frac{\frac{2}{2}}{\frac{2}{2}} = \therefore \text{معامل الالتواء}$$

$$\therefore \text{معامل الالتواء} = \frac{\text{صفر}}{(171,3984)} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$$

$$\therefore \text{معامل التفرطح} = \frac{\frac{4}{2}}{\frac{2}{2}}$$

$$\therefore \text{معامل التفرطح} = \frac{8330.5}{(171,3984)} = 2,8356 \approx 3$$

خصائص التوزيع الناتج :

متوسطه الحسابي يساوي ٤٠ ، وتباينه يساوي ١٧١,٤ ومعامل

التواءه يساوي الصفر ، ومعامل تفرطحه يساوي ٢,٨٣٥٦ ، لذلك فهو

توزيع يشبه لحد كبير التوزيع الأصلي .



ثانيا : دالة التوزيع الطبيعي المعياري :

١ - الشكل الرياضي للدالة :

$$f(y) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}$$

حيث :

ي : هي الدرجة المعيارية المناظرة للقيم الأصلية للمتغير الإحصائي الذي يتبع توزيع طبيعي .

د (ي) : الارتفاع المعياري .

ط : النسبة التقريبية .

هـ : اللوغاريتم الطبيعي .



٢- استخدام الدالة في إيجاد التوزيع :

تفيد دالة التوزيع الطبيعي المعياري في أنه يمكن استخدامها في إيجاد التوزيع الطبيعي المعياري لمتغير إحصائي (ي) يتبع توزيع طبيعي معياري ، وعلى ذلك إذا ما تم اعتبار أن المتغير الإحصائي (س) والذي يأخذ القيم ٥ ، ١٥ ، ٢٥ ، ٣٥ ، ٤٥ ، ٥٥ ، ٦٥ ، ٧٥ قد أخذ الدرجات المعيارية المناظرة أي - ٢,٦٤٥٥ ، - ١,٨٨٩٦ ، - ١,١٣٣٨ ، - ٠,٣٧٧٩ ، ٠,٣٧٧٩ ، ١,١٣٣٨ ، ١,٨٨٩٦ ، ٢,٦٤٥٥ فإنه يمكن باستخدام هذه الدالة إيجاد التوزيع الطبيعي المعياري لهذا المتغير ، وهذا يتطلب تكوين الجدول الإحصائي اللازم التالي والذي يلاحظ عليه ما يلي:



تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

س	د (ى)	$\frac{ى - د(ى)}{ى - د(ى)}$	د(ى) ÷ ١٠ × (ك النسبي)	ك النسبي × ١٢٨ (ك المطلق)
٥	٢,٦٤٥٥ -	٢,٦٤٥٥ - (٢,٦٤٥٥) -	٠,٠١٢١ -	١,١٥٢
١٥	١,٨٨٩٦ -	١,٨٨٩٦ - (١,٨٨٩٦) -	٠,٠١٢١ -	٦,٥٢٨
٢٥	١,١٣٣٨ -	١,١٣٣٨ - (١,١٣٣٨) -	٠,٠٦٦٩ -	٢٠,٣٥٢
٣٥	٠,٣٧٧٩ -	٠,٣٧٧٩ - (٠,٣٧٧٩) -	٠,٢٠٩٨ -	٢٥,٩٦٨
٤٥	٠,٣٧٧٩	٠,٣٧٧٩ - (٠,٣٧٧٩) -	٠,٣٧١٤ -	٢٥,٩٦٨
٥٥	١,١٣٣٨	١,١٣٣٨ - (١,١٣٣٨) -	٠,٣٧١٤ -	٢٠,٣٥٢
٦٥	١,٨٨٩٦	١,٨٨٩٦ - (١,٨٨٩٦) -	٠,٢٠٩٨ -	٦,٥٢٨
٧٥	٢,٦٤٥٥	٢,٦٤٥٥ - (٢,٦٤٥٥) -	٠,٠١٢١ -	١,١٥٢
المجموع	صفر	١,٣٢٢٨ -	١	١٢٨

* أن ي : هي الدرجة المعيارية المقابلة لمركز الفئة ، فمثلا مركز الفئة

١٥ درجته المعيارية هي :

$$ي = \frac{س - س}{ع} = \frac{٤٠ - ١٥}{١٣,٢٢٨٨} = \frac{٢٥ -}{١٣,٢٢٨٨} = - ١,٨٨٩٦$$

* أن د (ي) : هو الارتفاع المعياري النسبي لمركز الفئة بالدرجة

المعيارية ، فمثلا مركز الفئة بالدرجة المعيارية

(-١,٨٨٩٦) ارتفاعه المعياري النسبي هو :

$$د (-١,٨٨٩٦) = ٠,٣٩٨٩ \times \frac{١}{١,٧٨٥٣} = \frac{٠,٣٩٨٩}{٥,٩٦٠٣} = ٠,٠٦٦٩$$

* ك النسبي : هو التكرار النسبي ويتأتى من قسمة د (ي) ÷ الانحراف

المعياري (ع) ثم ضرب الناتج × طول الفئة (١٠) .

* ك المطلق : هو التكرار المطلق ويتأتى من ضرب التكرار النسبي في

مجموع التكرار المطلق .

* أن مجموع التكرار النسبي يساوى الواحد الصحيح ، وأن مجموع

التكرارات المطلقة يساوى مجموع مفردات المتجمع الإحصائي محل

الدراسة وهو ١٢٨ .



* أنه إذا قسم د (ى) أي الارتفاع المعياري على الانحراف المعياري (ع)

لكان الناتج هو الارتفاع النسبي بالقيم الأصلية أى أن :

$$٠,١ = \frac{١,٣٢٢٨}{١٣,٢٢٨} = \frac{د (ى)}{ع}$$

وبالطبع كما سبق إيضاحه إذا ضرب الارتفاع النسبي بالقيم الأصلية

فى طول الفئة (١٠ فى مثالنا) لكان الناتج هو التكرار النسبي أى أن :

$$٠,١ \times ١٠ = ١ \text{ وهو مجموع التكرار النسبي للتوزيع التكرارى .}$$

* أن التوزيع التكراري الناتج يشبه لحد كبير التوزيع التكراري الأصلى

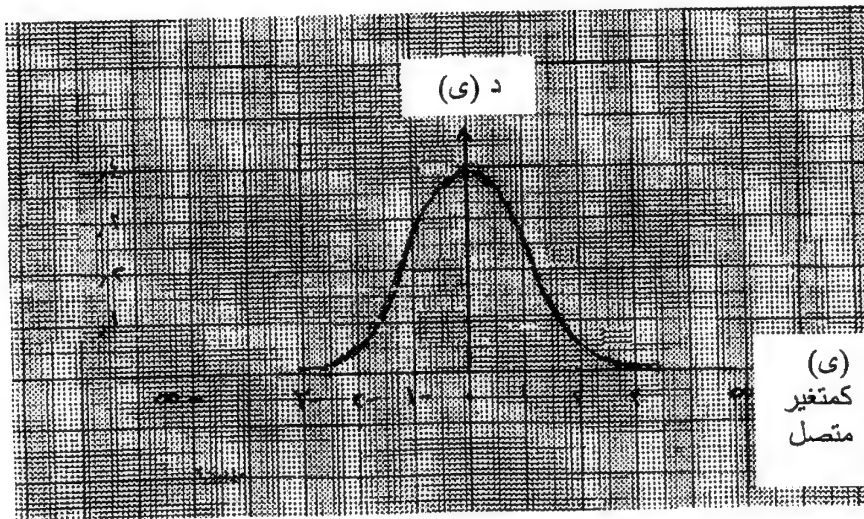
ويتضح ذلك من الجدول التالى .

* أن محور تماثل المنحنى الطبيعي المعياري ينطبق على المحور

الرأسي.



الغلات	التوزيع التكراري الأصلي						التوزيع التكراري باستخدام دالة التوزيع الطبيعي المعياري		
	تكرار مطلق	نسبي	\geq	تكرار متجمع مساعد			تكرار مطلق	نسبي	\geq
				نسبي	مطلق	\geq			
١٠ - ٠	١	٠,٠٠٨٠	١٠ \geq	١	٠,٠٠٨٠	١٠ \geq	١	٠,٠٠٨٠	١٠ \geq
٢٠ - ١٠	٧	٠,٠٥٤٦	٢٠ \geq	٨	٠,٠٦٢٦	٢٠ \geq	٧	٠,٠٥٤٦	٢٠ \geq
٣٠ - ٢٠	٢١	٠,١٦٤٠	٣٠ \geq	٢٩	٠,٣٢٦٦	٣٠ \geq	٢٨	٠,٢١٨٣	٣٠ \geq
٤٠ - ٣٠	٣٥	٠,٢٧٣٤	٤٠ \geq	٦٤	٠,٥٠٠٠	٤٠ \geq	٦٤	٠,٤٩٩١	٤٠ \geq
٥٠ - ٤٠	٣٥	٠,٢٧٣٤	٥٠ \geq	٩٩	٠,٧٧٣٤	٥٠ \geq	٩٩	٠,٧٧٩٩	٥٠ \geq
٦٠ - ٥٠	٢١	٠,١٦٤٠	٦٠ \geq	١٢٠	٠,٩٣٧٤	٦٠ \geq	١٢٠	٠,٩٣٨٥	٦٠ \geq
٧٠ - ٦٠	٧	٠,٠٥٤٦	٧٠ \geq	١٢٧	٠,٩٩٢٠	٧٠ \geq	١٢٧	٠,٩٨٩١	٧٠ \geq
٨٠ - ٧٠	١	٠,٠٠٨٠	٨٠ \geq	١٢٨	١,٠٠٠٠	٨٠ \geq	١٢٨	٠,٩٩٨٢	٨٠ \geq
المجموع	١٢٨	١		/	/	/	/	/	/



منحنى دالة التوزيع الطبيعي المعياري



٣- القياس الإحصائي للتوزيع الناتج :

يتحقق هذا القياس بتكوين الجدول الإحصائي اللازم التالي ثم

القياسي الكامل من النزعة المركزية والتشتت والالتواء والتفرطح .

الجدول الإحصائي اللازم :

مركز الفئة بالدرجة المعيارية (ي)	التكرارات النسبية (ك)	ي ك	ي ^٢ ك	ي ^٣ ك	ي ^٤ ك
٣,٤٠١٤-	٠,٠٠٠٩	٠,٠٠٣١-	٠,٠١٠٤١	٠,٠٣٥٤-	٠,١٢٠٥
٢,٦٤٥٥-	٠,٠٠٩١	٠,٠٢٤١-	٠,٠٦٣٧	٠,١٦٨٥-	٠,٤٤٥٧
١,٨٨٩٦-	٠,٠٥٠٦	٠,٠٩٥٦-	٠,١٨٠٧	٠,٣٤١٤-	٠,٦٤٥١
١,١٣٣٨-	٠,١٥٨٦	٠,١٧٩٨-	٠,٢٠٣٩	٠,٢٣١٢-	٠,٢٦٢١
٠,٣٧٧٩-	٠,٢٨٠٨	٠,١٠٦١-	٠,٠٤٠١	٠,٠١٥٢-	٠,٠٠٥٧
٠,٣٧٧٩	٠,٢٨٠٨	٠,١٠٦١	٠,٠٤٠١	٠,٠١٥٢	٠,٠٠٥٧
١,١٣٣٨	٠,١٥٨٦	٠,١٧٩٨	٠,٢٠٣٩	٠,٢٣١٢	٠,٢٦٢١
١,٨٨٩٦	٠,٠٥٠٦	٠,٠٩٥٦	٠,١٨٠٧	٠,٣٤١٤	٠,٦٤٥١
٢,٦٤٥٥٠	٠,٠٠٩١	٠,٠٢٤١	٠,٠٦٣٧	٠,١٦٨٥	٠,٤٤٥٧
٣,٤٠١٤	٠,٠٠٠٩	٠,٠٠٣١	٠,٠١٠٤	٠,٠٣٥٤	٠,١٢٠٥
صفر	١	صفر	١	صفر	٣



* قياس النزعة المركزية باستخدام الوسط الحسابي (س) :

$$\therefore \bar{X} = \frac{\text{مجموع}}{\text{مجموع}} = \frac{\text{صفر}}{1}$$

* قياس التشتت باستخدام التباين (ع^٢) والانحراف المعياري (ع) :

$$\therefore \text{ع}^2 = \frac{\text{مجموع}^2}{\text{مجموع}} - \left(\frac{\text{مجموع}}{\text{مجموع}} \right)^2$$

$$= \frac{1}{1} - \left(\frac{\text{صفر}}{1} \right)^2$$

$$1 =$$

$$\therefore \text{ع} = 1$$

* قياس الالتواء والتفرطح باستخدام العزوم :

$$\therefore \text{م}^3 = \frac{\text{مجموع}^3}{\text{مجموع}} - \left(\frac{\text{مجموع}}{\text{مجموع}} \right)^3 \times \frac{\text{مجموع}^2}{\text{مجموع}} + \left(\frac{\text{مجموع}}{\text{مجموع}} \right)^2 \times \frac{\text{مجموع}}{\text{مجموع}}$$

$$= \frac{\text{صفر}}{1} - \left(\frac{\text{صفر}}{1} \right)^3 \times \frac{\text{صفر}}{1} + \left(\frac{\text{صفر}}{1} \right)^2 \times \frac{1}{1}$$

$$\therefore \text{م}^4 = \frac{\text{مجموع}^4}{\text{مجموع}} - \left(\frac{\text{مجموع}^3}{\text{مجموع}} \right)^2 \times \frac{\text{مجموع}^2}{\text{مجموع}} + \left(\frac{\text{مجموع}^2}{\text{مجموع}} \right)^2 \times \frac{\text{مجموع}}{\text{مجموع}}$$

$$+ \left(\frac{\text{مجموع}}{\text{مجموع}} \right)^2 \times \frac{\text{مجموع}^2}{\text{مجموع}}$$

$$= \frac{3}{1} - \frac{3}{1} \times \text{صفر} - 4 \times \text{صفر} + 6 \times \text{صفر}$$

$$3 =$$



$$\therefore \text{معامل الالتواء} = \frac{\frac{2}{2}}{\frac{2}{2}}$$

$$\therefore \text{معامل الالتواء} = \frac{\text{صفر}}{1} = \text{صفر}$$

$$\therefore \text{معامل التفرطح} = \frac{\frac{4}{2}}{\frac{2}{2}}$$

$$\therefore \text{معامل التفرطح} = \frac{3}{1} = 3$$

٤- خصائص التوزيع الناتج :

أ- هو توزيع متوسطه الحسابي يساوي الصفر وتباينه يساوي الواحد

الصحيح، ومعامل التواءه يساوي الصفر ومعامل تفرطحه يساوي ٣

ب- أن التوزيع الطبيعي المعياري أقل تشتتاً (أكثر تجانساً) من التوزيع

الطبيعي ومن التوزيع التكراري المعتدل ، ولذلك فهو يشبه الناقوس

ج- أن أقصى ارتفاع معياري يبلغ ٠,٣٩٨٩ ويقع عند المتوسط

الحسابي الصفر ، كما أن الارتفاعات المعيارية الأخرى تتوزع

حول الأقصى ارتفاع معياري هذا يصوره متماثلة ، وتوجد جداول

خاصة تبين الارتفاعات المعيارية المناظرة للدرجات المعيارية

وذلك بدلا من إيجادها عن طريق دالة التوزيع الطبيعي المعياري ،

ويتصفح هذه الجداول فيما يلي :



جدول توزيع الارتفاعات المعيارية للتوزيع الطبيعي المعياري :

د (ى)	ى	د (ى)	ى	د (ى)	ى	د (ى)	ى
٠,٠٠٢٤٠	٣,٢	٠,٢٦٦٠٩	٠,٩	٠,١٤٩٧٣	١,٤-	٠,٠٠٠٤	٣,٧-
٠,٠٠١٧	٣,٣	٠,٢٤١٩٧	١,٠	٠,١٧١٣٧	١,٣-	٠,٠٠٠٦	٣,٦-
٠,٠٠١٢	٣,٤	٠,٢١٧٨٥	١,١	٠,١٩٤١٩	١,٢-	٠,٠٠٠٩	٣,٥-
٠,٠٠٠٩	٣,٥	٠,١٩٤١٩	١,٢	٠,٢١٧٨٥	١,١-	٠,٠٠١٢	٣,٤-
٠,٠٠٠٦	٣,٦	٠,١٧١٣٧	١,٣	٠,٢٤١٩٧	١,٠-	٠,٠٠١٧	٣,٣-
٠,٠٠٠٤	٣,٧	٠,١٤٩٧٣	١,٤	٠,٢٦٦٠٩	٠,٩-	٠,٠٠٢٤٠	٣,٢-
		٠,١٢٩٥٢	١,٥	٠,٢٨٩٦٩	٠,٨-	٠,٠٠٣٣٠	٣,١-
		٠,١١٠٩٢	١,٦	٠,٣١٢٢٥	٠,٧-	٠,٠٠٤٤٠	٣,٠-
		٠,٠٩٤٠٥	١,٧	٠,٣٣٣٢٢	٠,٦-	٠,٠٠٥٩٥	٢,٩-
		٠,٠٧٨٩٥	١,٨	٠,٣٥٢٠٧	٠,٥-	٠,٠٠٧٩٢	٢,٨-
		٠,٠٦٥٦٢	١,٩	٠,٣٦٨٢٧	٠,٤-	٠,٠١٠٤٢	٢,٧-
		٠,٠٥٣٩٩	٢,٠	٠,٣٨١٣٩	٠,٣-	٠,٠١٣٥٨	٢,٦-
		٠,٠٤٣٩٨	٢,١	٠,٣٩١٠٤	٠,٢-	٠,٠١٧٥٣	٢,٥-
		٠,٠٣٥٤٧	٢,٢	٠,٣٩٦٩٥	٠,١-	٠,٠٢٢٣٩	٢,٤-
		٠,٠٢٨٣٣	٢,٣	٠,٣٩٨٩٤	٠	٠,٢٨٣٣	٢,٣-
		٠,٠٢٢٣٩	٢,٤	٠,٣٩٦٩٥	٠,١	٠,٠٣٥٤٧	٢,٢-
		٠,٠١٧٥٣	٢,٥	٠,٣٩١٠٤	٠,٢	٠,٤٣٩٨	٢,١-
		٠,٠١٣٥٨	٢,٦	٠,٣٨١٣٩	٠,٣	٠,٠٥٣٩٩	٢,٠-
		٠,٠١٠٤٢	٢,٧	٠,٣٦٨٢٧	٠,٤	٠,٠٦٥٦٢	١,٩-
		٠,٠٠٧٩٢	٢,٨	٠,٣٥٢٠٧	٠,٥	٠,٠٧٨٩٥	١,٨-
		٠,٠٠٥٩٥	٢,٩	٠,٣٣٣٢٢	٠,٦	٠,٠٩٤٠٥	١,٧-
		٠,٠٠٤٤٠	٣,٠	٠,٣١٢٢٥	٠,٧	٠,٠١٠٩٢	١,٦-
		٠,٠٠٣٣٠	٣,١	٠,٢٨٩٦٩	٠,٨	٠,١٢٩٥٢	١,٥-



ثالثا : دالة كثافة التوزيع الطبيعي المعياري :

١ - الشكل الرياضي للدالة :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

حيث :

ح : الاحتمال الإحصائي (التكرار النسبي)

∫_{-∞}[∞] : التكامل لدالة التوزيع الطبيعي المعياري للفترة - ∞ ، ∞

ولما كان منحنى دالة التوزيع الطبيعي المعياري عبارة عن منحنى أسى

فإن إجراء التكامل* لدالة هذا المنحنى أمر يخرج عن نطاقه كتب

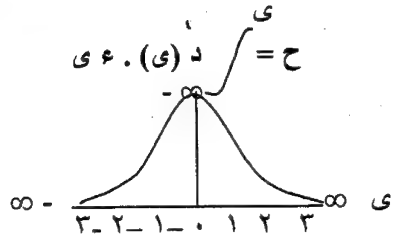
الإحصاء ، لذلك توجد جداول خاصة لإيجاد قيمة الاحتمال الإحصائي

للمتغير (ي) خلال الفترة المعيارية [- ∞ ، ∞] وهذا ما يوضحه

الجدول التالي ويعرف بجدول توزيع (ي) :

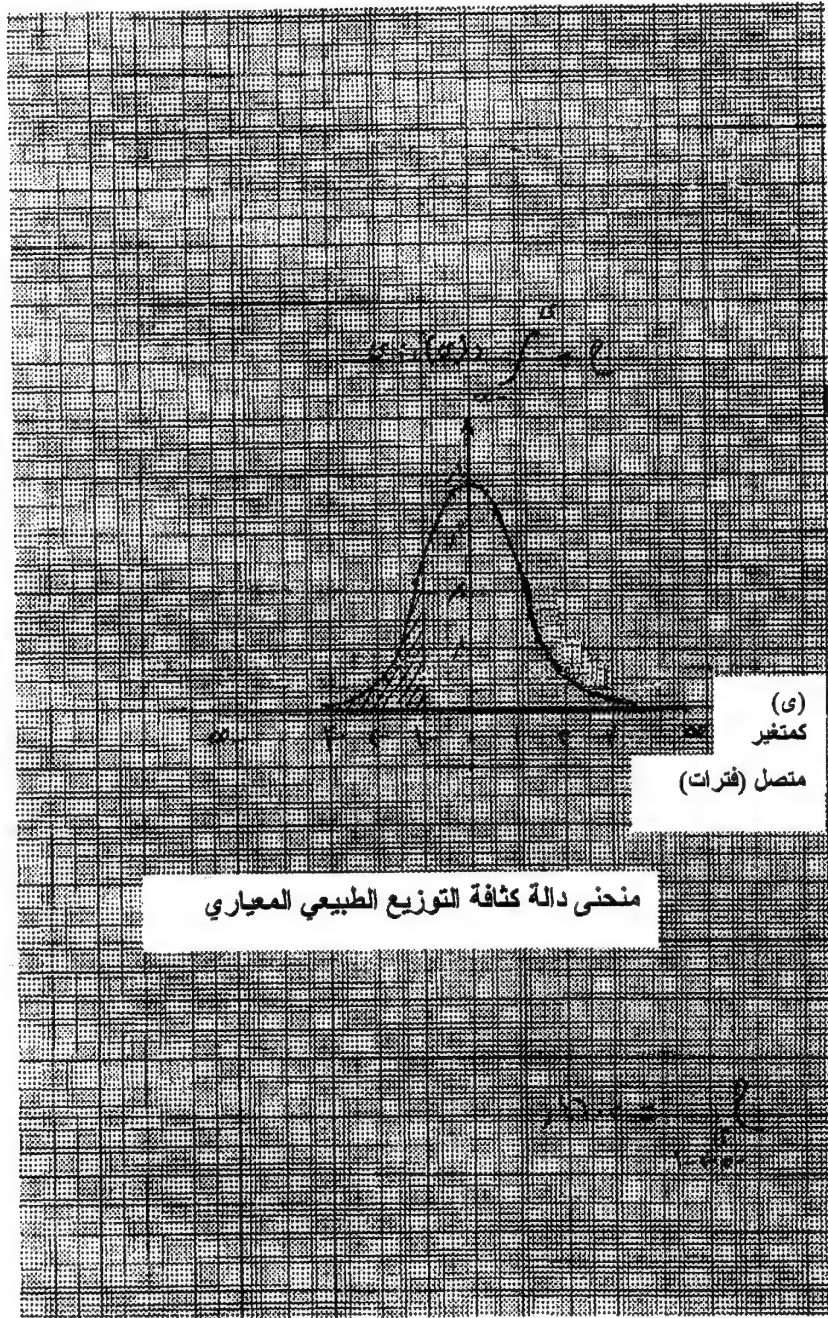
توزيع كثافة دالة التوزيع الطبيعي المعياري

* يعبرى التكامل لإيجاد المساحة المحصورة بين منحنى وضع أى منحنى الدالة والمحور الأفقي وذلك فترة ع-١,٨ إلى المحور الأفقي



جدول توزيع ي

ح	ي	ح	ي	ح	ي	ح	ي
٠,٩٩٩٣	٣,٢	٠,٨١٥٩	٠,٩	٠,٠٨٠٨	١,٤-	٠,٠٠٠١	٣,٧-
٠,٩٩٩٥	٣,٣	٠,٨٤١٣	١,٠	٠,٠٩٦٨	١,٣-	٠,٠٠٠٢	٣,٦-
٠,٩٩٩٧	٣,٤	٠,٨٦٤٣	١,١	٠,١١٥١	١,٢-	٠,٠٠٠٢	٣,٥-
٠,٩٩٩٨	٣,٥	٠,٨٨٤٩	١,٢	٠,١٣٥٧	١,١-	٠,٠٠٠٣	٣,٤-
٠,٩٩٩٨	٣,٦	٠,٩٠٣٢	١,٣	٠,١٥٨٧	١,٠-	٠,٠٠٠٥	٣,٣-
٠,٩٩٩٩	٣,٧	٠,٩١٩٢	١,٤	٠,١٨٤١	٠,٩-	٠,٠٠٠٧	٣,٢-
١,٠٠٠٠	∞	٠,٩٣٣٢	١,٥	٠,٢١١٩	٠,٨-	٠,٠٠١٠	٣,١-
		٠,٩٤٥٢	١,٦	٠,٢٤٢٠	٠,٧-	٠,٠٠١٣	٣,٠-
		٠,٩٥٥٤	١,٧	٠,٢٧٤٣	٠,٦-	٠,٠٠١٩	٢,٩-
		٠,٩٦٤١	١,٨	٠,٣٠٨٥	٠,٥-	٠,٠٠٢٦	٢,٨-
		٠,٩٧١٣	١,٩	٠,٣٤٤٦	٠,٤-	٠,٠٠٢٥	٢,٧-
		٠,٩٧٧٢	٢,٠	٠,٣٨٢١	٠,٣-	٠,٠٠٤٧	٢,٦-
		٠,٩٨٢١	٢,١	٠,٤٢٠٧	٠,٢-	٠,٠٠٦٢	٢,٥-
		٠,٩٨٦١	٢,٢	٠,٤٦٠٢	٠,١-	٠,٠٠٨٢	٢,٤-
		٠,٩٨٩٣	٢,٣	٠,٥٠٠٠	صفر	٠,٠١٠٧	٢,٣-
		٠,٩٩١٨	٢,٤	٠,٥٣٩٨	٠,١	٠,١٢٩	٢,٢-
		٠,٩٩٣٨	٢,٥	٠,٥٧٩٣	٠,٢	٠,١٧٩	٢,١-
		٠,٩٩٥٣	٢,٦	٠,٦١٧٩	٠,٣	٠,٠٢٢٨	٢,٠-
		٠,٩٩٦٥	٢,٧	٠,٦٥٥٤	٠,٤	٠,٠٢٨٧	١,٩-
		٠,٩٩٧٥	٢,٨	٠,٦٩١٥	٠,٥	٠,٠٣٥٩	١,٨-
		٠,٩٩٨١	٢,٩	٠,٧٢٥٧	٠,٦	٠,٠٤٤٦	١,٧-
		٠,٩٩٨٧	٣,٠	٠,٧٥٨٠	٠,٧	٠,٠٥٤٨	١,٦-
		٠,٩٩٩٠	٣,١	٠,٧٨٨١	٠,٨	٠,٠٦٦٨	١,٥-





ملاحظات :

١- أن منحنى دالة كثافة التوزيع الطبيعي المعياري يشبه منحنى دالة

التوزيع الطبيعي المعياري .

٢- أن منحنى دالة الكثافة يبين المساحة تحت المنحنى أي التوزيع

التكراري النسبي أي الاحتمال الإحصائي ، فمثلا الاحتمال

الإحصائي (ح) للمتغير (ى) خلال الفترة $[-\infty, 1]$

يساوى ٠,٤٦٠٢ وذلك بالكشف فى جدول توزيع ى .

٣- الأمثلة التالية توضح كيفية إيجاد المساحة تحت المنحنى فى

الحالات المختلفة للمتغير ى .

مثال ١

أوجد المساحة تحت المنحنى الطبيعي المعياري للمتغير (ى) خلال

الفترة $3 - \infty$

الحل

$$0.0013 =$$

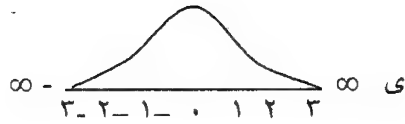
حى $\infty - 3$



مثال ٢

أوجد كثافة المتغير (ي) خلال الفترة $-\infty, 3.5$

الحل



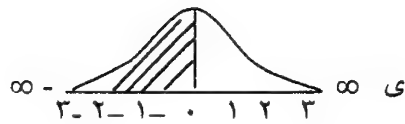
$$P(Y \leq 3.5) = 0.9992$$

ح ي $-\infty \leftarrow 3.5$

مثال ٣

أوجد الاحتمال الإحصائي للمتغير (ي) خلال الفترة $-\infty, 0$ ، صفر

الحل



$$P(Y \leq 0) = 0.5$$

ح ي $-\infty \leftarrow \text{صفر}$

مثال ٤

أوجد الاحتمال الإحصائي للمتغير (ي) خلال الفترة $2, -\infty$

الحل



$$P(Y \geq 2) = 0.0539$$

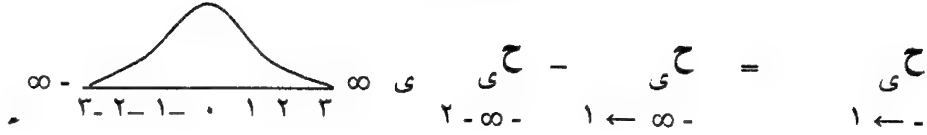
ح ي $2 \leftarrow -\infty$



مثال ٥

أوجد الاحتمال الإحصائي للمتغير (ي) خلال الفترة - ٢ ، ١

الحل



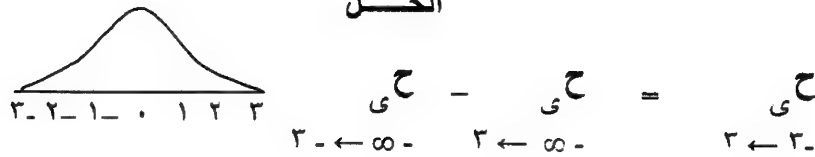
$$0,0228 - 0,1587 =$$

$$0,1355 =$$

مثال ٦

أوجد الاحتمال الإحصائي للمتغير (ي) خلال الفترة - ٣ ، ٣

الحل



$$0,0044 - 0,0044 =$$

$$0,9956 =$$

ملحوظة : ما قيمة المساحة الباقية وكيف تتوزع ؟



الفصل الثالث

تطبيقات

مثال : إذا كان توزيع درجات امتحان ١٠٠٠ طالب في مادة الإحصاء

يتبع توزيع طبيعي متوسطه ٥١ درجة وانحرافه المعياري ٨ درجات .

فالمطلوب :

أوجد عدد الطلبة الذين تنحصر درجاتهم بين ٤٥ ، ٧٠ درجة .

الحل

نتبع الخطوات التالية :

١- تحويل الدرجات الطبيعية إلى درجات معيارية .

٢- استخدام منحنى دالة كثافة التوزيع الطبيعي المعياري وجدول

توزيع Y في إيجاد الاحتمال الإحصائي .

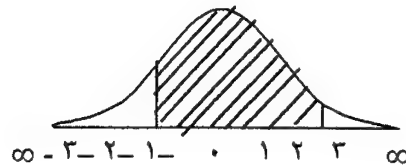
$$Y = \frac{S - \bar{S}}{E}$$

$$Y = 51 = S \quad \therefore \quad Y \text{ عندها} = \frac{51 - 51}{8} = \text{صفر}$$



$$٤٥ = \text{س} \quad ، \quad \therefore \text{ى عندها} = \frac{٥١-٤٥}{٨} = ٠,٧٥$$

$$٧٠ = \text{س} \quad ، \quad \therefore \text{ى عندها} = \frac{٥١-٧٠}{٨} = ٢,٣٧٥$$



حساب المساحة المظللة :

$$\text{ح(ى-٠,٧٥} \leftarrow \infty) = \text{ح(ى-٢,٣٧٥} \leftarrow \infty) - \text{ح(ى-٠,٧٥} \leftarrow \infty)$$

$$= ٠,٩٩١٦ - ٠,٢٢٦٩$$

$$= ٧٦٥ \text{ طالب}$$

مثال ٢ : إذا كان توزيع أطول مجموعة كبيرة من الطلبة يتبع توزيع

طبيعي متوسطه ١٦٠ سم ، وانحرافه المعياري ٥ سم ، فالمطلوب أوجد

احتمال الحصول على طالب طوله أطول من ١٧٥ سم .

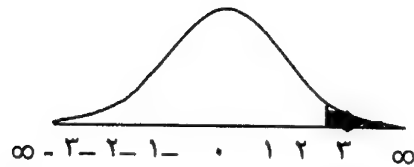


الحل

$$\therefore \text{ي} = \frac{\text{س} - \text{س}}{\text{ع}}$$

$$\therefore \text{ي عندها} = \frac{170 - 160}{0} = 3$$

$$\therefore \text{س} = 170$$



حساب المساحة المظلة :

$$\text{ح (ي} \leftarrow 3 \text{)} = \text{ح (ي} \leftarrow \infty \text{)} - \text{ح (ي} \leftarrow \infty \text{)} = \text{ح (ي} \leftarrow 3 \text{)}$$

$$1 - 0.9987 =$$

$$= 0.0013$$

$$= \frac{1}{769}$$

أن الاحتمال الإحصائي هو ٠,٠٠١٣ ويعنى أن كل ٧٦٩ طالب يتم اختيارهم عشوائياً نتوقع أن نجد بينهم طالبا واحدا طوله ١٧٥ سم أو أطول من ١٧٥ سم .

- مثال ٣ : إذا كان توزيع درجات اختبار ٤٠٠ عامن في مجال السياحة
 - والفنادق يتبع توزيع معتدل متوسطه ٦٠ وانحرافه المعياري ١٠ .
- والمطلوب :

١- في حالة تنظيم دورة تدريبية للعاملين الحاصلين على ٤٥

درجة فأقل فما عدد هؤلاء العاملين

٢- في حالة توزيع شهادات استثمارية قيمة الشهادة ١٠٠ جنيهه

للعاملين الحاصلين على ٨٠ درجة فأكثر فما تكلفة هذه

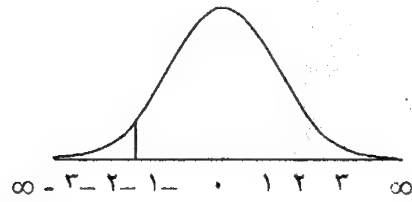
الشهادات .

الحل

$$١- \text{ن.ي} = \frac{\text{س} - \text{س}}{\text{ع}}$$

$$\text{ن.ي} = \text{س} = ٦٠ \quad \text{ن.ي عندها} = \frac{٦٠ - ٦٠}{١٠} = \text{صفر}$$

$$\text{ن.ي} = \text{س} = ٤٥ \quad \text{ن.ي عندها} = \frac{٦٠ - ٤٥}{١٠} = ١,٥$$



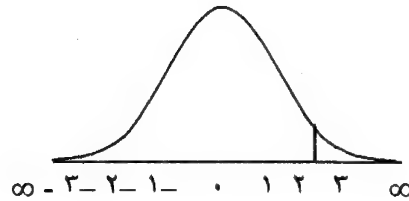
$$ح (ي - ∞ \leftarrow 1.5) = 0.0668$$

$$∴ \text{عدد هؤلاء العاملين} = 400 \times 0.0668 =$$

$$26.72 = 27 \text{ عامل}$$

$$، ∴ ي = \frac{س - س}{ع}$$

$$س = 80 = ∴ ي \text{ عندها} = \frac{60 - 80}{10} = 2$$



حساب المساحة المظللة :

$$ح (ي 2 \leftarrow ∞) = ح (∞ \leftarrow ∞) - ح (∞ \leftarrow 2)$$

$$= 1 - 0.9772 =$$

$$0.0228 =$$

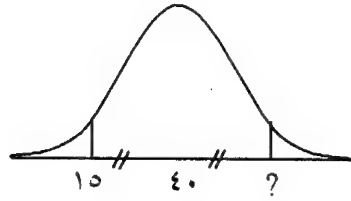
∴ عدد هؤلاء العاملين = $0,228 \times 400 = 91,2 = 91$ عامل

∴ تكلفة شهادات الاستثمار = $10 \times 100 = 1000$ جنيه

مثال ٤ : الشكل البياني التالي هو توزيع تكراري معتدل لمجتمع

إحصائي ما متوسطه ٤٠ درجة ، وانحرافه المعياري ١٢,٧٥٥

درجة .



والمطلوب :

١- أوجد قيمة الدرجة الطبيعية S عند علامة الاستفهام على المحور

الأفقى .

٢- حول هذا التوزيع الطبيعي إلى توزيع معياري بالمعطيات

الموجودة مستعينا بالرسم البياني مرة أخرى .

٣- إذا علمت أن احتمال $0 \leq Y \leq 1,96 = 47,5\%$ فأوجد

التوزيع الاحتمالي لهذا التوزيع .



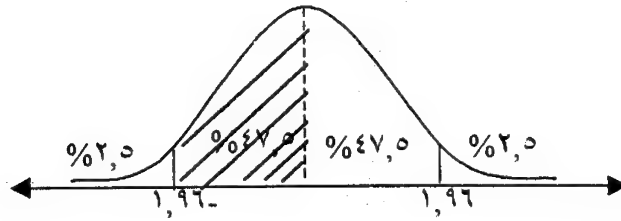
٤- إذا كان المجتمع الإحصائي هذا هو توزيع لمرتبات ٤٠٠ عامل في شركة سياحية ، فما عدد العاملين الذين تنحصر مرتباتهم في الفترة (١٥ - ٤٠) .

٥- أوجد التوزيع التكراري لهذه المرتبات .

الحل

١- قيمة س = ٦٥ درجة

٢ ، ٣ التوزيع الطبيعي المعياري وتوزيعه الإحتمالي :

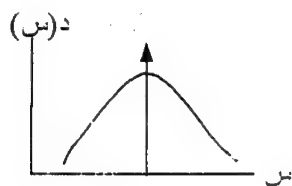


٣- عدد هؤلاء العاملين = $400 \times 47.5\% = 190$ عامل

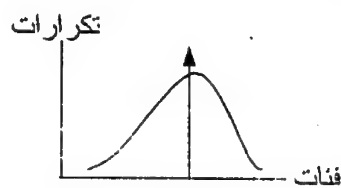
٥- التوزيع التكراري لهذه المرتبات :

فئات	(١٥-٠)	(٤٠-١٥)	(٦٥-٤٠)	(-٦٥)	المجموع
تكرارات	١٠	١٩٠	١٩٠	١٠	٤٠

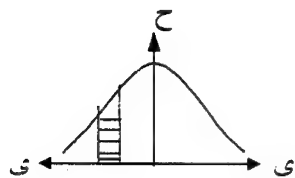
مثال ٥ : الأشكال التالية هي لتوزيع طبيعي فما الفرق بينها ؟



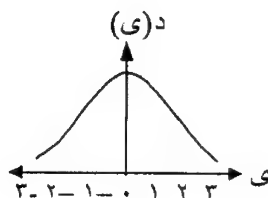
(ب)



(أ)



(ج)



(د)

الحل

(أ) توزيع طبيعي بالبيانات الأصلية

(ب) توزيع طبيعي وفقا لدالة التوزيع الطبيعي

$$د(س) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \times \frac{-(س - \mu)^2}{2\sigma^2}$$

(جـ) توزيع طبيعي وفقا لدالة التوزيع الطبيعي المعياري

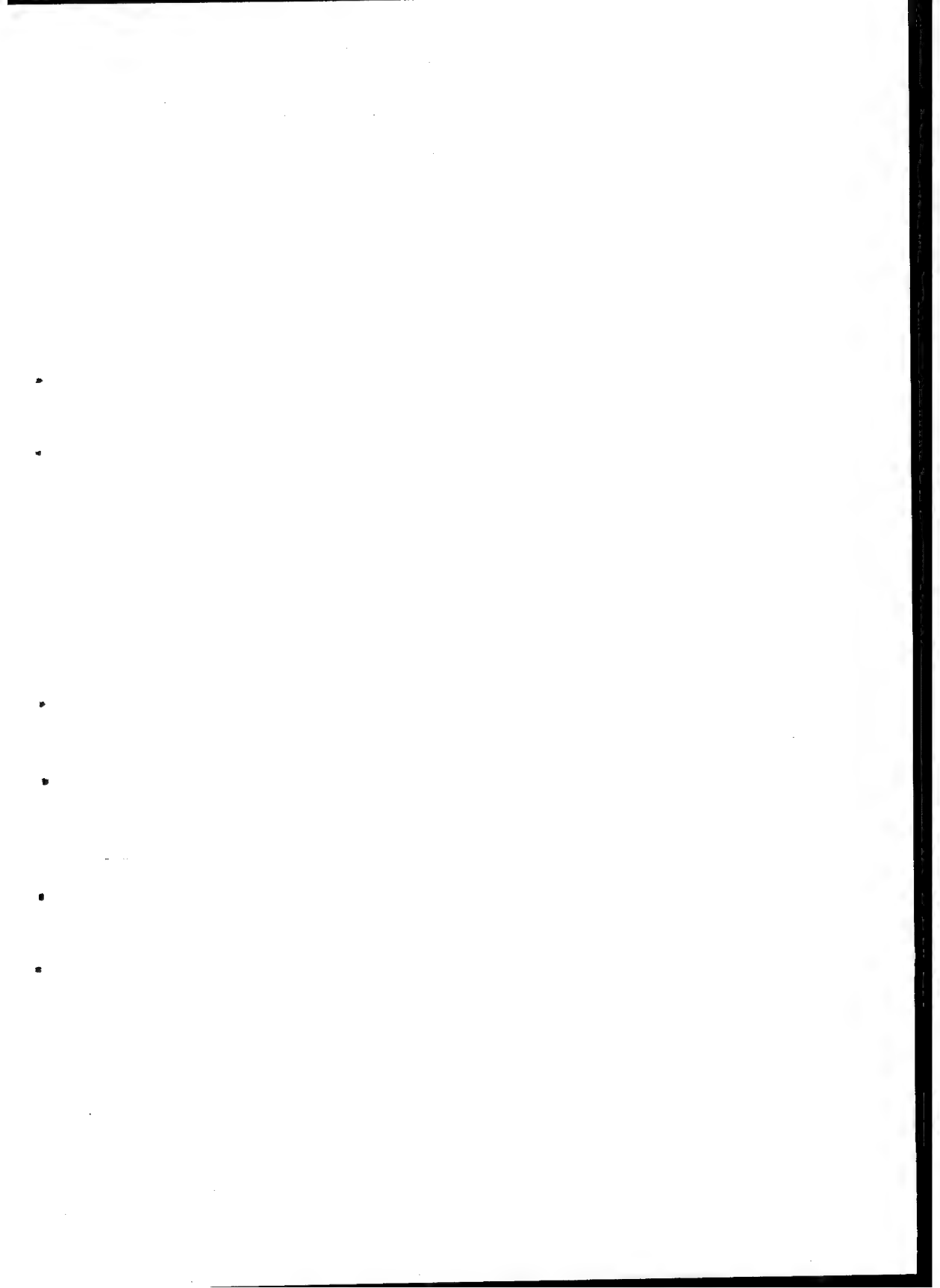
$$د(س) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \times \frac{-س^2}{2}$$

(د) توزيع طبيعي وفقا لدالة كثافة التوزيع الطبيعي المعياري

$$ح = \int_{-\infty}^{\infty} د(س) \cdot س \cdot د(س) \cdot د(س)$$

الباب الثاني

التوزيعات العينية وتطبيقاتها



الباب الثانى

التوزيعات العينية وتطبيقاتها

يشتمل هذا الباب على الفصول التالية : -

تمهيد :

الفصل الأول : توزيع متوسطات عينات المجتمع واستخدامه فى تقدير (μ) .

الفصل الثانى : توزيع نسب عينات المجتمع واستخدامه فى تقدير (B) .

الفصل الثالث : توزيع متغير ذات الحدين (نجاح وفشل) واستخدامه فى تقدير احتمال وقوع النجاح فى المجتمع .



التمهيد :

يعبر المجتمع الإحصائي عن القيم الأصلية لمفردات المتغير الإحصائي محل الدراسة ، كما أنه الإطار الذي يضم كل العينات المكونة له ، فهو يمثل المجموعة الشاملة للموضوع محل الدراسة ، أما العينة فهي بعض مفردات المجتمع الإحصائي وتمثل مجموعة جزئية منه .

مثال

مجتمع إحصائي يتكون من ٥ مفردات هي ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ .

والمطلوب : حساب عدد العينات المكونة لهذا المجتمع إذا كان حجم العينة

٢ مفردة وذلك في حالة السحب مع عدم الإعادة وفي حالة السحب مع

الإعادة .

الحل

في حالة السحب مع الإعادة (إرجاع)

مجموع عدد عينات المجتمع = n

" يترتب على عملية السحب مع الإعادة أو عدم الإعادة ثبات أو عدم ثبات فراغ المجتمع وفي ذلك تأثير على تحديد مجموع عدد عينات المجتمع .



حيث :

ن : هي حجم المجتمع ، ن : هي حجم العينة .

∴ مجموع عدد عينات المجتمع محل الدراسة = $25 = 25$ عينة

وبيانات العينات = $\{(2,2), (4,2), (6,2), (8,2), (10,2), (2,4), (4,4), (6,4), (8,4), (10,4), (2,6), (4,6), (6,6), (8,6), (10,6), (2,8), (4,8), (6,8), (8,8), (10,8), (2,10), (4,10), (6,10), (8,10), (10,10)\}$

في حالة السحب مع عدم الإعادة (بدون ارجاع)

مجموع عدد عينات المجتمع = n

∴ مجموع عدد عينات المجتمع محل الدراسة = $10 = 10$

وبيانات العينات = $\{(2,2), (4,2), (6,2), (8,2), (10,2), (2,4), (4,4), (6,4), (8,4), (10,4), (2,6), (4,6), (8,6), (10,6), (2,8), (4,8), (6,8), (8,8), (10,8), (2,10), (4,10), (6,10), (8,10), (10,10)\}$

ويلاحظ على هذا المثال التمهيدى أنه إذا كانت المفردة في

المجتمع يمكن اختيارها أكثر من مره في عملية إيجاد عينات المجتمع ،

فإن المعاينة تسمى المعاينة بارجاع والمجتمع غير محدود ، أما إذا كانت



المفردة في المجتمع لا يمكن اختيارها أكثر من مره فإن المعاينة تسمى
المعاينة بدون ارجاع والمجتمع محدود ، وسيتضح ذلك في الأمثلة التي
سترد فيما بعد .

ونظرية العينات هي دراسة العلاقة الموجودة بين المجتمع
الإحصائي والعينات المسحوبة منه ، ولهذه النظرية أهمية كبيرة في كثير
من الأمور ، فهي تفيد في تقدير معالم المجتمع مثل متوسط المجتمع
(μ) والنسبة في المجتمع (B) ، كما تفيد في اجراء اختبارات
الفروق والتي لها أهميتها في نظرية اتخاذ القرارات .



الفصل الأول

توزيع متوسطات عينات المجتمع واستخدامه في تقدير (μ)

يشتمل هذا الفصل على الآتي :

أولاً : توزيع متوسطات عينات المجتمع .

ثانياً : الوصف الإحصائي للمجتمع باستخدام بياناته الأصلية وباستخدام

توزيع متوسطات عيناته .

ثالثاً : العلاقة بين معالم المجتمع ومعالم توزيع متوسطات عيناته .

رابعاً : تقدير متوسط المجتمع (μ) باستخدام متوسط عينة (س) تنتمي

إليه .

خامساً : تقدير متوسط المجتمع (μ) إذا كان توزيع عيناته بدون ارجاع

سادساً : تقدير حجم العينة اللازم للاستدلال عن المتوسط (μ) في

المجتمع .



أولاً : توزيع متوسطات عينات المجتمع .

من مثال التمهيد

∴ بيان العينات = $\{(2,2), (4,2), (6,2), (8,2), (10,2)\}$

$(2,4), (4,4), (6,4), (8,4), (10,4)$

$(2,6), (4,6), (6,6), (8,6), (10,6)$

$(2,8), (4,8), (6,8), (8,8), (10,8)$

$\{(2,10), (4,10), (6,10), (8,10), (10,10)\}$

∴ بيان متوسطات العينات = $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

$3, 4, 5, 6, 7$

$4, 5, 6, 7, 8$

$5, 6, 7, 8, 9$

$\{6, 7, 8, 9, 10\}$



١٠. التوزيع التكراري لمتوسطات عينات المجتمع :

س (كفئات)	العلامات	التكرار (ك)
٢	/	١
٣	//	٢
٤	///	٣
٥	////	٤
٦	////	٥
٧	////	٤
٨	///	٣
٩	//	٢
١٠	/	١
المجموع	/	٢٥

ويسمى هذا التوزيع بتوزيع متوسطات عينات المجتمع أو التوزيع العيني

للمتوسط Sampling Distribution of the mean ولهذا

التوزيع أهمية كبيرة في إحصاء العينات .

ثانيا : الوصف الإحصائي للمجتمع باستخدام بياناته الأصلية وباستخدام

توزيع متوسطات عيناته .

أ - باستخدام بياناته الأصلية :

من مثال التمهيد

* σ^2 المتوسط الحسابي للمجتمع : ويرمز (μ)

$$\frac{\text{مجم س}}{n} = \mu \therefore$$

$$6 = \frac{30}{5} = \frac{10+8+6+4+2}{5} = \mu \therefore$$

* تباين المجتمع : ويرمز له بالرمز (σ^2)

$$\sigma^2 \therefore = \frac{\text{مجم (س-س)}^2}{n} - \frac{(\text{مجم س})^2}{n}$$

$$\therefore \sigma^2 = \frac{100+64+36+16+4}{5} - \frac{(\frac{30}{5})^2}{1}$$

$$= 44 - 36$$

$$= 8$$



* الانحراف المعياري للمجتمع : ويرمز له σ

$$\sqrt{\sigma^2} = \sigma \therefore$$

$$\sqrt{8} = \sigma \therefore$$

$$2,83 =$$

* التواء مفردات المجتمع :

\therefore المفردات هي : ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠

$$\therefore \mu = 6$$

، \therefore الوسيط = ٦ حيث هو قيمة المفردة التي تتوسط ترتيب قيم المفردات

$$\therefore \text{معامل الالتواء} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma}$$

$$\therefore \text{معامل الالتواء} = \frac{6 - 6}{2,83}$$

$$= \text{صفر}$$

وعليه فتوزيع مفردات المجتمع توزيع معتدل ، كما يمكن إثبات أن

تفرطه ≈ 3 .



ب- الوصف الإحصائي للمجتمع باستخدام توزيع متوسطات عيناته:

من بيانات المثال التمهيدي المطلوب : الوصف الإحصائي لتوزيع متوسطات عينات المجتمع .

الحل

* المتوسط الحسابي لتوزيع متوسطات عينات المجتمع (ورمزه \bar{S})

الجدول الإحصائي اللازم :

\bar{S}	ك	S ك	S^2 ك
٢	١	٢	٤
٣	٢	٦	١٨
٤	٣	١٢	٤٨
٥	٤	٢٠	١٠٠
٦	٥	٣٠	١٨٠
٧	٤	٢٨	١٩٦
٨	٣	٢٤	١٩٢
٩	٢	١٨	١٦٢
١٠	١	١٠	١٠٠
المجموع	٢٥	١٥٠	١٠٠٠



$$\therefore \bar{S} = \frac{\sum_{K=1}^K \bar{S}_K}{K}$$

$$\therefore \bar{S} = \frac{150}{25} = 6$$

* التباين* لتوزيع متوسطات عينات المجتمع (ورمزه σ^2)

$$\therefore \sigma^2 = \frac{\sum_{K=1}^K \bar{S}_K^2}{K} - \left(\frac{\sum_{K=1}^K \bar{S}_K}{K} \right)^2$$

$$= \frac{1000}{25} - \left(\frac{150}{25} \right)^2$$

$$= 40 - 36 = 4$$

* الانحراف المعياري لتوزيع متوسطات عينات المجتمع (ورمزه σ)

$$\therefore \sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$\therefore \sigma = \sqrt{4} = 2$$

ويطلق على σ بالخطأ المعياري للمتوسط، ويستخدم الخطأ المعياري في تقدير معالم المجتمع وفي اختبارات الفروق، وهذا ما سيتم التعرض له تباعاً .

$$\text{هو متوسط مجموع مربعات انحرافات متوسطات العينات عن متوسط المجتمع أي } \frac{\sum_{K=1}^K (\bar{S}_K - \bar{S})^2}{K}$$



* الالتواء والتفرطح لتوزيع متوسطات عينات المجتمع .

سوف نستخدم العزوم في قياس الالتواء والتفرطح لهذا التوزيع :

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

س	ك	س - س (ح)	ح ك	ح ^٢ ك	ح ^٣ ك	ح ^٤ ك
٢	١	٤-	٤-	١٦	٦٤-	٢٥٦
٣	٢	٣-	٦-	١٨	٥٤-	١٦٢
٤	٣	٢-	٦-	١٢	٢٤-	٤٨
٥	٤	١-	٤-	٤	٤-	٤
٦	٥	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
٧	٤	١	٤	٤	٤	٤
٨	٣	٢	٦	١٢	٢٤	٤٨
٩	٢	٣	٦	١٨	٥٤	١٦٢
١٠	١	٤	٤	١٦	٦٤	٢٥٦
المجموع	٢٥	صفر	صفر	١٠٠	صفر	٩٤٠

$$\text{العزم الثاني} = \frac{\text{مجموع ح}^٢ \text{ ك}}{\text{مجموع ك}} - \left(\frac{\text{مجموع ح ك}}{\text{مجموع ك}} \right)^2$$

$$= \frac{100}{25} - \left(\frac{\text{صفر}}{25} \right)^2$$

$$= ٤ \quad \text{وهو فعلا يساوى تباين التوزيع أي } \sigma^2$$



$$\therefore \text{العزم الثالث} = \left(\frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}} \times 3 + \frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}} \times 2 + \left(\frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}} \right)^2 \right) - \frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}}$$

$$= \left(\left(\frac{\text{صفر}}{25} \right)^2 + \frac{100}{25} \times \frac{\text{صفر}}{25} \times 3 + \frac{\text{صفر}}{25} \right) - \frac{\text{صفر}}{25}$$

$$\therefore \text{العزم الرابع} = \frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}} - 3 \left(\frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}} \right)^4 - 4 \frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}} \times \frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}}$$

$$+ \frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}} \times \left(\frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}} \right)^2$$

$$= \frac{940}{25} - 3 \left(\frac{\text{صفر}}{25} \right)^4 - 4 \frac{\text{صفر}}{25} \times \frac{\text{صفر}}{25}$$

$$+ \frac{100}{25} \times \left(\frac{\text{صفر}}{25} \right)^2$$

$$= 37,6$$

$$\therefore \text{معامل الالتواء} = \frac{\frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}}}{\frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}}}$$

$$\therefore \text{معامل الالتواء} = \frac{\text{صفر}}{34} = \text{صفر}$$

ولذلك فالتوزيع معتدل .

$$\therefore \text{معامل التفرطح} = \frac{\frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}}}{\frac{\text{مجم ك}^2}{\text{مجم ك}}} = \frac{37,6}{16} = 2,35 \text{ أي } 3 \approx$$



وإذا استخدمنا المعادلة المعيارية على هذا التوزيع سنجد :

$$\bar{x} = \sigma \quad , \quad \bar{x}^2 = \sigma^2 \quad , \quad \bar{x} = \text{صفر} \quad ,$$

معامل الالتواء = صفر ، معامل التفرطح = ٣ ،

وإذا قمنا بتوزيع المساحة تحت المنحنى المعياري لتوزيع متوسطات عينات المجتمع سنجد أنه يتبع توزيع χ^2 ومن ثم يمكن استخدام جدول توزيع χ^2 في معرفة الخصائص النسبية أو الاحتمالية لتوزيع متوسطات عينات المجتمع .

ثالثا : العلاقة بين معالم المجتمع ومعالم توزيع متوسطات عيناته :

مثال

من بيانات المثال السابق المطلوب : ادرس العلاقة بين معالم المجتمع

$(\mu , \sigma^2 , \sigma)$ ومعالم توزيع متوسطات عيناته $(\bar{x} , \bar{x}^2 , \bar{x})$

الحل

أ - العلاقة بين μ ، \bar{x} :



∴ $\mu = ٦$ ، $\bar{S} = ٦$ من حل المثال محل الدراسة

$$\therefore \bar{S} = \mu$$

أي أن متوسط المجتمع = متوسط متوسطات عيناته وهذه قاعدة

ب- العلاقة بين σ^2 ، σ^2 :

$$\therefore \sigma^2 = ٤ ، \sigma^2 = ٨ \text{ من حل المثال محل الدراسة}$$

$$\therefore \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n} \text{ حيث } n \text{ هي حجم لعينة في عينات المجتمع}$$

وتساوى في مثالنا ٢ .

أي أن تباين متوسطات عينات المجتمع = تباين المجتمع الأصلي مقسوم
على حجم العينة n وهذه قاعدة .

ج - العلاقة بين σ ، σ :

$$\therefore \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

$$\therefore \sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ وهذه قاعدة}$$



أي أن الخطأ المعياري للمتوسط = الانحراف المعياري للمجتمع مقسوم على الجذر التربيعي لحجم العينة ن .

٤ - أن توزيع متوسطات عينات المجتمع توزيع معتدل ، وأيضا توزيع المجتمع الأصلي توزيع معتدل ، وعليه إذا كان المجتمع الأصلي توزيع معتدل فإن توزيع متوسطات عينات المجتمع سيكون توزيع معتدل (وهذه قاعدة) .

هـ- إذا كان توزيع المجتمع الأصلي توزيع غير معتدل فإن توزيع متوسطات عينات المجتمع سيكون توزيع غير معتدل وبالتالي لا يمكننا استخدام توزيع ي ، لكن إذا كبر حجم العينة ن وأصبح أكبر من ٣٠ مفردة فإن توزيع متوسطات عينات المجتمع سيكون توزيع معتدل أو قريب منه .

في مثالنا محل الدراسة كان حجم العينة ن يساوي ٢ وبالرغم من ذلك كان توزيع متوسطات عينات المجتمع توزيع معتدل ذلك لأن توزيع المجتمع الأصلي توزيع معتدل .



رابعاً : تقدير متوسط المجتمع (μ) باستخدام متوسط عينة (\bar{x})

تتبع إلى :

إذا أردنا دراسة أوزان مجموعة من الطلبة وقمنا بسحب عينة من هذا المجتمع بطريقة عشوائية ، فإننا نحصل على متوسط لهذه العينة يبلغ ٧٥ سم مثلاً ، وإذا سحبنا عينة ثانية لها نفس الحجم ومسحوبة بنفس الطريقة فغالبا لا نجد أن متوسط العينة الجديدة مساويا لمتوسط العينة الأولى ، وهكذا إذا كررنا سحب العينة عدة مرات فإنه نادرا ما نحصل على متوسطات متساوية ، وهذا يجعلنا نتساءل كيف يمكن تقدير متوسط المجتمع من عينة تنتمي إليه مع وجود هذا الاختلاف في متوسطات العينات المسحوبة منه وب نفس الطريقة وب نفس الحجم . وللإجابة على هذا التساؤل يستلزم الأمر دراسة التوزيع التكراري لمتوسطات عينات المجتمع وهو الذي قد انتهينا من دراسته منذ قليل .

ولما كان التوزيع العيني للمتوسطات يأخذ شكل التوزيع

المعتدل أو شكلاً قريباً منه ، فإنه يمكن الاستفادة من خواص التوزيع المعتدل في الحصول على تقدير لمتوسط المجتمع من متوسط إحدى عيناته^(١) حيث :

متوسط المجتمع (μ) يقع بين $\bar{x} \pm 3\sigma$ بدرجة ثقة ٩٩,٧%

أو بين $\bar{x} \pm 2\sigma$ بدرجة ثقة ٩٥,٥%

ملاحظات :

- * من الأهمية بمكان ملاحظة أن $\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ ، وأنه يمكن
- استبدال σ (الانحراف المعياري للمجتمع) بـ σ (الانحراف المعياري للعينة) إذا غالباً ما تكون σ غير معلومة ، وعملية الاستبدال هذه لا تؤدي إلى خطأ كبير طالما أن حجم العينة كبير .
- * μ هي متوسط المجتمع ، \bar{x} هي متوسط العينة المسحوبة عشوائياً من هذا المجتمع .

^(١) وهنا يتضح أهمية دراسة العينات .



* ± 3 هي الفترة المعيارية من $\bar{y} - 3\sigma$ إلى $\bar{y} + 3\sigma$ المقابلة
للاحتمال ٠,٩٩٧ .

* $\sigma_{\bar{y}}$ هي الخطأ المعياري للوسط الحسابي Standard error of
mean ويساوي $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

* $\bar{y} + 3\sigma$ هي الحد الأعلى للثقة ٩٩,٧%

* $\bar{y} - 3\sigma$ هي الحد الأدنى للثقة ٩٩,٧%

* يسمى الحدين الأعلى و الأدنى بحدى الثقة Confidence Limits

* مدي الثقة يساوي الحد الأعلى للثقة ناقص الحد الأدنى للثقة .

وعلى أية حال فإن التقدير لمتوسط المجتمع (μ) باستخدام
متوسط عينة (\bar{y}) تنتمي إليه - أو التقدير لأي معلمة أخرى - لا يكون
تقديرًا صحيحًا بنسبة ١٠٠% ، بل هو حكم احتمالي على المجتمع قائم
على أساس بيانات عينة مسحوبة منه ، وقد تصل درجة الثقة في هذا
الحكم إلى ٩٩,٩٩٩% .

أمثله

مثال ١: إذا كان أطوال الطلبة بإحدى الكليات يتبع توزيع طبيعي تباينه

٣٦ ، تم سحب عينة عشوائية من هذا المجتمع حجمها ١٠٠ طالب ،

وتبين أن متوسط طول الطلبة في العينة هو ١٧٠ سم والمطلوب :

تقدير متوسط طول الطلبة في المجتمع (الكليّة) بدرجة ثقة ٩٥ % إذا

علمت أن z المقابلة تساوي ١,٩٦ .



استعن بهذا الشكل

الحل

$$\therefore \mu = \bar{x} \pm z \times \sigma \text{ عند درجة الثقة المعينة .}$$

$$\therefore \text{درجة الثقة } ٩٥ \% \quad \therefore \text{ } z \text{ المقابلة لها } = \pm ١,٩٦$$

$$\therefore \mu = ١٧٠ \pm ١,٩٦ \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ حيث } \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{\sigma}{\sqrt{\frac{٣٦}{١٠٠}}} = \frac{\sigma}{\sqrt{٠,٣٦}} = \frac{\sigma}{٠,٦}$$

$$= ١٧٠ \pm ١,١٧٦$$

$$= ١٧٠ + ١,١٧٦ \quad , \quad ١٧٠ - ١,١٧٦$$



$$171,176 \text{ سم} \leq \mu \leq 167,824 \text{ سم بدرجة ثقة } 95\%$$

أي أن متوسط المجتمع ينحصر بين هذين الطولين بدرجة ثقة 95% ، أي

أن هناك نسبة خطأ 5% أن يخرج متوسط المجتمع عن هذين الحدين

، مدى الثقة = الحد الأعلى للثقة - الحد الأدنى للثقة

$$171,176 = - 168,824 = 2,352 \text{ سم}$$

مثال ٢: إذا كان وزن الطلبة بإحدى الكليات يتبع توزيع طبيعي ، تم

سحب عينة عشوائية حجمها ٨١ طالب وتبين أن متوسط وزن الطلبة في

العينة هو ٦٥ كجم بانحراف معياري ٧ كم والمطلوب : تقدير متوسط

وزن الطلبة في المجتمع (الكلية) بدرجة ثقة 99% .

الحل

ملحوظة هامة : واضح أن σ للمجتمع غير معلومة وهنا يمكن استخدام

ع للعينة حيث أن هذا التعويض لا يؤدي إلى خطأ كبير طالما أن حجم

العينة > 30 .



وعليه



∴ درجة الثقة المطلوبة هي ٩٩% ∴ هي المقابلة = ٢,٥٧٦

∴ $\mu = \bar{x} \pm \sigma$ عند درجة الثقة المعينة

$$= 60 \pm 2.576 \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{81}}$$

$$= 60 \pm 2$$

$$= 60 + 2, \quad 60 - 2$$

$$67 \text{ كجم} \geq \mu \leq 63 \text{ كجم}$$

أي أن متوسط وزن الطلبة في الكلية ينحصر بين ٦٧ ، ٦٣ كجم بدرجة
ثقة ٩٩%

مثال ٣ : إذا كان متوسط الاتفاق اليومي لعينة من ٤ سائحين فرنسيين

أقاموا في مصر أسبوع هو ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٥ ، ٢٠ دولار في اليوم .

والمطلوب : تقدير متوسط اتفاق السائح الفرنسي في اليوم بالدولار بدرجة

ثقة ٩٥% .

الحل

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{20+25+28+27}{4} = 25 \therefore \bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$E = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n-1}} \quad \text{إلا أننا نستخدم الانحراف المعياري المعدل } E = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n}}$$

ذلك لأننا عند حساب ع للمجتمع من عينه فإننا نحسب $(\bar{X} - X)^2$

وليس $(\bar{X} - \mu)^2$ الأمر الذي يجعل ع متحيزه للمجتمع ما لم يتم

القسمه على $(n - 1)$ وتسمى برجات الحرية .

$$\therefore E = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(20-25)^2 + (25-25)^2 + (28-25)^2 + (27-25)^2}{4-1}} = \sqrt{\frac{25+0+9+4}{3}} = \sqrt{\frac{38}{3}} = 3.56$$

$$3.56 = \sqrt{\frac{38}{3}}$$

$$\therefore \mu = \bar{X} \pm t \times \sigma$$

$$= 25 \pm 3.182 \times \frac{3.56}{\sqrt{4}}$$

حيث : ت الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية ٣ هي ،

$$3.182, \sigma \text{ هي } \frac{E}{n}$$



$$\therefore \mu = 25 \pm 0,66$$

$$\mu = 25 + 0,66 , \mu = 25 - 0,66$$

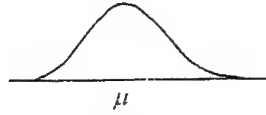
$$19,34 \leq \mu \leq 3,66$$

أي أن متوسط اتفاق السائح الفرنسي في اليوم يتراوح بين ١٩,٣٤ ،
٣٠,٦٦ دولار في اليوم بدرجة ثقة ٩٥% .

مثال ٤: تقدم ٤٥٢ طالب بالسياحة والفنادق لامتحان أحد المواد ، أخذ
ت عينة عشوائية من أوراق الامتحان حجمها ٢٥ درجة إجابة ، وتبين أن
متوسط درجات العينة هو ٦٤ درجة بانحراف معياري ١٥ درجة
والمطلوب : تقدير متوسط المجتمع (درجات الطلبة جميعهم) بدرجة
ثقة ٩٥% .

الحل

ملحوظة هامة : لما كان حجم العينة أقل من ٣٠ مفردة فإن استخدام ع
بدلاً من σ سيؤدي إلى خطأ كبير لذلك يتم استخدام درجة
معيارية جديدة بدلاً من σ وهي ت بدرجات حرية (ن - ١)



∴ $\mu = \bar{x} \pm t \sigma$ عند درجة الثقة الممنية

$$= 64 \pm 2,064 \times \frac{10}{\sqrt{25}} \text{ حيث } \sigma = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

وحيث ت الجدوليه عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية ٢٤ = ٢,٠٦٤

$$\therefore \mu = 64 \pm 6,192$$

$$= 64 + 6,192, \quad 64 - 6,192$$

$$70,192 \leq \mu \leq 57,808 \text{ بدرجة ثقة } 95\%$$

مثال ٥: عينة حجمها ٢٢٥ ومتوسطها الحسابي ٤٠ وانحرافها المعياري

١٥ والمطلوب: تقدير مدي الثقة لمتوسط المجتمع بدرجة ثقة ٩٩% ، إذا

علمت أن σ الجدولية عند مستوى معنوية ١% تساوي ٢,٥٨ .

الحل

بالرغم من عدم وجود σ للمجتمع فإنه يمكن اعتبار $\sigma = s$ نظر لـ كـ بـ ر

حجم (٣٠ < ٥) .



∴ $\mu = \bar{x} \pm \sigma$ عند مستوى الثقة المطلوب

$$\mu = 40 \pm 2,58 \times \frac{8}{\sqrt{10}}$$

$$= 40 \pm 2,58 \times \frac{10}{\sqrt{10}}$$

$$= 40 \pm 2,58$$

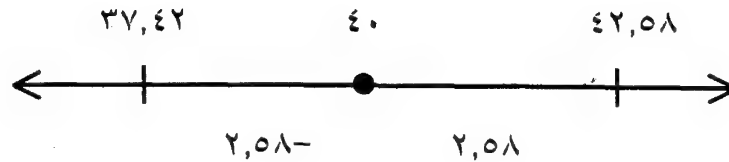
$$37,42 \leq \mu \leq 42,58 \text{ بدرجة ثقة } 99\%$$

∴ متوسط هذا المجتمع ينحصر بين حد أعلى للثقة وهو ٤٢,٥٨ ، وحد

أدنى للثقة وهو ٣٧,٤٢ .

$$\therefore \text{الحد الأعلى للخطأ المسموح به} = \frac{42,58 - 37,42}{2} = 2,58$$

والحد الأدنى للخطأ المسموح به = صفر





خامسا : تقدير متوسط المجتمع (//) إذا كان توزيع عيناته بدون إرجاء :

(١) تبين من مثال التمهيد أن العينات في هذه الحالة بلغ ١٠ عينات وهي :

(٤ ، ٢) ، (٦ ، ٢) ، (٨ ، ٢) ، (١٠ ، ٢) ، (٦ ، ٤) ، (٨ ، ٤) ،

(١٠ ، ٤) ، (٨ ، ٦) ، (١٠ ، ٦) ، (١٠ ، ٨)

(٢) وعلى ذلك فمتوسطات هذه العينات هي :

٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢

(٣) والتوزيع التكراري لهذه المتوسطات :

س	العلامات	ك
٣	/	١
٤	/	١
٥	//	٢
٦	//	٢
٧	//	٢
٨	/	١
٩	/	١
المجموع	/	١٠



(٤) والوصف الإحصائي للتوزيع :

س	ك	س ك	س ^٢ ك
٣	١	٣	٩
٤	١	٤	١٦
٥	٢	١٠	٥٠
٦	٢	١٢	٧٢
٧	٢	١٤	٩٨
٨	١	٨	٦٤
٩	١	٩	٨١
المجموع	١٠	٦٠	٣٩٠

$$\bar{s} = \frac{\text{مجموع } s \cdot k}{\text{مجموع } k}$$

$$\bar{s} = \frac{60}{10} = 6$$

$$\sigma^2 = \frac{\text{مجموع } s^2 \cdot k}{\text{مجموع } k} - \bar{s}^2$$

$$= \left(\frac{390}{10} \right) - 6^2$$

$$= 39 - 36$$

$$= 3$$



(٥) العلاقة بين معالم التوزيع الناتج ومعالم مجتمعه الإحصائي :

$$\bar{x} = \mu = \bar{y} \quad *$$

$$\frac{n-1}{n-2} \times \frac{\sigma^2}{n} = \sigma^2 \quad * \quad \text{لأن :}$$

$$\frac{2-1}{2-2} \times \frac{8}{2} =$$

$$\frac{3}{4} \times 4 =$$

$$3 =$$

$$\frac{n-1}{n-2} \times \frac{\sigma}{n} = \sigma \quad *$$

(٦) مثال على التقدير في هذه الحالة :

مصنع ينتج مصابيح كهربائية ، بلغ إنتاجه إحدى الورديات

١٠٠٠ مصباح ، سحبت منه عينة مكونة من ٢٠٠ مصباح وأجريت

عليها تجربة لمعرفة طول فترة إضاءتها (عمر المصباح) فوجد أن

متوسط عمر المصباح في العينة ٦٠٠ ساعة بانحراف معياري ١٥

ساعة، والمطلوب : تقدير المجتمع (μ) بدرجة ثقة ٩٥ % .



الحل

$$\therefore \mu = \bar{S} \pm \sigma_y$$

$$= \bar{S} \pm \sigma_y \times \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \times \frac{1}{1 - \rho^2}}$$

∴ درجة الثقة ٩٥% (معطى)

$$\therefore \sigma_y = \pm 1,96$$

$$\therefore \mu = \pm 1,96 \times \frac{10}{\sqrt{200}} \times \sqrt{\frac{200 - 1000}{1 - 1000}} =$$

$$= \pm 1,96 \times 1,066 \times 0,8948 =$$

$$= \pm 1,860$$

$$598,14 \leq \mu \leq 601,14 \text{ بدرجة ثقة } 95\%$$

ومن الأهمية بيان ذكر أن التقدير يتأثر بـ :

- حجم العينة : فإذا اختلف حجم العينة عن ٢٠٠ وليكن ١٠

مفردات فإن التقدير السابق سيختلف .



- σ : فإذا اختلف الانحراف المعياري لتوزيعات عينات المجتمع فإن التقدير السابق سيختلف .

- درجة الثقة : في اختلافها تأثير على التقدير .

مثال عام

نفرض أن لدينا مجتمع مكون من خمسة أفراد ورمزنا لهم بالرموز أ ، ب ، ج ، د ، هـ وكانت أعمارهم بالترتيب كالتالي ٢١ ، ١٩ ، ١٦ ، ١٧ ، ٢٢ سنة ، وأردنا أن نقدر المتوسط الحسابي لعمر الفرد في ذلك المجتمع باستخدام عينة عشوائية بسيطة مكونة من ٣ أفراد فماذا نفعل ؟

الحل

أولاً : وصف المجتمع باستخدام مفرداته الأصلية :

$$\mu = \frac{\sum x}{n}$$

$$\mu = \frac{22+17+16+19+21}{5} = \frac{95}{5} = 19$$



$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\mu - x)^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(19-22)^2 + (19-17)^2 + (19-16)^2 + (19-19)^2 + (19-21)^2}{5}}$$

$$= \sqrt{\frac{26}{5}} = 2,280.4$$

ثانيا : وصف المجتمع باستخدام عيناته :

عدد عينات المجتمع = n (حيث السحب بدون إرجاع هو المناسب)

$$= n = 10 \text{ عينات وهم}$$

أ ب ج ، أ ب هـ ، أ ب هـ ، أ ج هـ ، أ هـ هـ ، ب ج هـ

هـ هـ ، ب ج هـ ، ب هـ هـ ، ج هـ هـ .

الجدول الإحصائي اللازم لحساب σ :

العينات	\bar{x}	$(\bar{x} - x)$	$(\bar{x} - x)^2$
أ ب ج	18,67	-0,33	0,1089
أ ب هـ	19,00	صفر	صفر
أ ب هـ	20,67	1,67	2,7889
أ ج هـ	18,00	-1,00	1,0000



٠,٤٤٨٩	٠,٦٧	١٩,٦٧	أ ج هـ
١,٠٠٠٠	١,٠٠	٢٠,٠٠	أ هـ
٢,٧٨٨٩	١,٦٧-	١٧,٣٣	ب ج هـ
صفر	صفر	١٩,٠٠	ب ج هـ
٠,١٠٨٩	٠,٣٣	١٩,٣٣	ب هـ
٠,٤٤٨٩	٠,٦٧-	١٨,٣٣	ج هـ
٨,٦٩٣٤	صفر	١٩٠	المجموع

$$١٩ = \frac{٩٥}{٥} = \frac{\text{مجموع}}{٥} = \bar{س}$$

$$٠,٩٣٢٤ = \frac{٨,٦٩٣٤}{١٠} \sqrt{\frac{١}{٥}} = \frac{\sqrt{٢(\bar{س} - \bar{س})}}{٥} = \sigma_{\bar{س}}$$

ثالثا : العلاقات بين الوصفين :

$$١٩ = \bar{س} = \mu$$

$$\sigma_{\bar{س}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times \sqrt{\frac{n-٥}{١-٥}} \text{ حيث } n \text{ هي حجم العينة}$$

$$= \frac{٢,٢٨٠٤}{\sqrt{٣}} \times \sqrt{\frac{٣-٥}{١-٥}} =$$

$$٠,٩٣ = ٠,٩٣$$

رابعاً : التواء توزيع المجتمع وتوزيع عيناته :

* التواء المجتمع :

∴ $\mu = 19$ ، الوسيط = 19 حيث (16، 17، 19، 21، 22)

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} = \text{∴ معامل الالتواء} ،$$

$$\frac{19 - 19}{\sigma} =$$

= صفر

∴ توزيع المجتمع توزيع معتدل

* التواء التوزيع :

$$\bar{x} = 19 \quad \therefore$$

∴ الوسيط = 19 حيث هو القيمة التي تتوسط قيم س بعد ترتيبها :

17، 33، 18، 33، 18، 67، 19، 19، 19، 34، 19، 67،

19، 67، 20، 20، 67.

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} = \text{∴ معامل الالتواء} ،$$

$$\frac{19 - 19}{0.9324} =$$

= صفر



∴ توزيع عينات المجتمع توزيع معتدل

خامسا : عملية التقدير المطلوب :

(١) نفرض أننا سحبنا أحد عينات المجتمع وكانت هي العينة أ ب هـ أي

٢١ ، ١٩ ، ٢٢ وعلى ذلك فإحصاءات هذه العينة هي :

$$\bar{x} \text{ للعينة} = \frac{22}{3} = \frac{22+19+21}{3} = 20,67$$

$$s \text{ للعينة} = \sqrt{\frac{(20,67-22)^2 + (20,67-19)^2 + (20,67-21)^2}{3}}$$

$$1,2472 = \sqrt{\frac{4,6667}{3}} =$$

$$1,0275 = \sqrt{\frac{4,6667}{3}} = \text{ع المعدل للعينة}$$

(٢) إذا كانت σ معلومة :

$$\mu = \bar{x} \pm z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

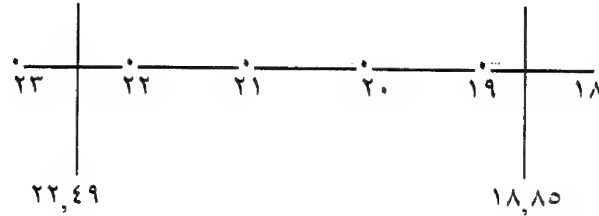
حيث السحب بدون ارجاع

$$= 20,67 \pm 1,96 \times 0,93 \text{ حيث درجة الثقة } 95\%$$



$$1,82 \pm 20,67 =$$

$$22,49 \geq \mu \geq 18,85 \quad \text{بدرجة ثقة } 95\%$$



ولما كانت μ فعلا تساوى ١٩ إذا فالتقدير هذا مقبولا عند درجة الثقة ٩٥% .

(٣) إذا كانت μ غير معلومة :

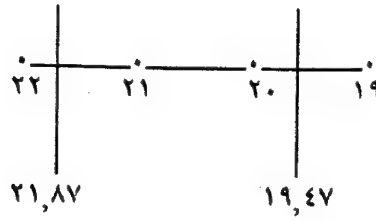
$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \times \frac{s}{\sqrt{n}} = \mu \quad \therefore$$

$$\frac{2}{4} \times \frac{1,0235}{3} \times 1,96 \pm 20,67 =$$

$$0,6234 \times 1,96 \pm 20,67 =$$

$$1,20 \pm 20,67 =$$

$$21,87 \geq \mu \geq 19,47$$



ولما كانت μ فعلا تساوى ١٩ إذا فهذا التقدير غير مقبول عند درجة ثقة ٩٥% لكون خارج فترة الثقة ، وعلى ذلك فهذه العينة لا تصلح لتقدير متوسط المجتمع عند درجة ثقة ٩٥% فهي من العينات النادرة ، وسوف يتم تناول ذلك عند دراسة اختبارات الفروق في الباب القادم .

وجدير بالإشارة إلى أنه إذا قمنا بهذا التقدير باستخدام تيدلا من ى فإن التقدير سيكون أيضا غير مقبول ، الأمر الذى يجعل أن السبب فى ذلك يرجع إلى حجم العينة ، ولذلك ماذا لو تم تكبير حجم العينة ؟

(٤) تكبير حجم العينة :

نفرض أن حجم العينة يساوى ٤ مفردات .

∴ عدد عينات المجتمع = Q^4 ، $Q = ٥$ عينات وهى :

أ ب ج د هـ ، أ ب ج د هـ ، ب ج د هـ ، ج د هـ أ ، د هـ أ ب

الجدول الإحصائي اللازم لحساب σ ، \bar{x} :

العينات	\bar{x}	$(\bar{x} - \bar{x})$	$(\bar{x} - \bar{x})^2$
أ ب ج د هـ	١٨,٢٥	-٠,٧٥	٠,٥٦٢٥
أ ب ج د هـ	١٩,٥	-٠,٥٠	٠,٢٥٠٠
ب ج د هـ	١٨,٥	-٠,٥٠	٠,٢٥٠٠
ج د هـ أ	١٩,٠	صفر	صفر
د هـ أ ب	١٩,٧٥	٠,٧٥	٠,٥٦٢٥
المجموع	٩٥	صفر	١,٦٢٥

$$\therefore \bar{x} = \frac{95}{5} = 19 = \mu$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1,625}{5}} = 0,57$$

$$\therefore \sigma = \frac{\sqrt{\frac{1,625}{5}}}{\sqrt{\frac{1,625}{5}}} \times \frac{1,625}{1,625} = 0,57$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{1,625}{5}}}{\sqrt{\frac{1,625}{5}}} \times \frac{1,625}{1,625} =$$

$$0,57 = 0,57$$

كما أن التوزيع معتدل حيث $\bar{x} = ط = ١٩$



وبفرض أننا قمنا بسحب عينة من هذا المجتمع وكانت هي العينة
أ ب ج هـ أي ٢١، ١٩، ١٦، ٢٢ وقد تم حساب إحصاءاتها
فكانت:

$$\bar{x} = \frac{22+16+19+21}{4} = 19,5$$

$$s = \sqrt{\frac{(19,5-22)^2 + (19,5-16)^2 + (19,5-19)^2 + (19,5-21)^2}{4}}$$

$$s = \sqrt{\frac{21}{4}} = 2,2913$$

$$s = \sqrt{\frac{21}{3}} = 2,6458$$

والتقدير إذا كانت σ معلومة :

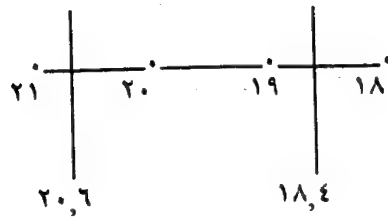
$$\mu = \bar{x} \pm z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$= 19,5 \pm 1,96 \times 0,57$$

بدرجة ثقة ٩٥%

$$= 19,5 \pm 1,1$$

$$18,4 \leq \mu \leq 20,6$$



وهذا التقدير مقبول حيث يقع داخل فترة الثقة .

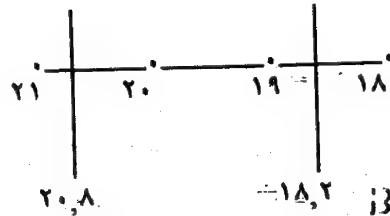
نما إذا كانت σ غير معلومة :

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \times \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$19.5 \pm 1.96 \times \frac{2.6458}{\sqrt{2}}$$

$$19.5 \pm 3.7$$

$$15.8 \leq \mu \leq 23.2$$



وهذا التقدير مقبول حيث يقع داخل فترة الثقة .

إذا كبر حجم العينة له تأثير إيجابي في عملية التقدير .



تقدير حجم العينة اللازم للاستدلال منه عن المتوسط (μ) في المجتمع:

تعتبر العينة هي الوسيلة الوحيدة لدراسة جودة الإنتاج ، وأيضاً هي التي تستخدم بكثرة في دراسة الهجرة والعمالة والتسويق وبحث ميزانية الأسرة والخصائص السكانية ، ويتحدد حجم العينة بناءً على مجموعة اعتبارات أهمها :

١- التكلفة : فكلما زاد حجم العينة زادت تكلفة عملية جمع البيانات، ومن ثم فإن الاعتمادات المالية المخصصة للباحث تؤثر في حجم العينة .

٢- درجة الثقة المطلوبة للتقدير : فكلما زادت درجة الدقة في التقدير كلما زاد حجم العينة .

٣- درجة تجانس المجتمع : فكلما زادت درجة التفاوت بين مفردات المجتمع كلما تطلب الزيادة في حجم العينة .

وقد سبق المعرفة من التوزيع العيني للمتوسطات أن :



$$\mu = \bar{x} \pm \sigma \text{ عند درجة الثقة المعينة}$$

$$\therefore \mu = \bar{x} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\therefore \mu - \bar{x} = \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ عند درجة الثقة المعينة}$$

$$\therefore \frac{\mu - \bar{x}}{\sigma} = \pm \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ عند درجة الثقة المعينة}$$

$$\therefore \frac{\mu - \bar{x}}{\sigma} = \pm \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ عند درجة الثقة المعينة}$$

وعلى ذلك فلتحديد حجم العينة n فإن الأمر يتطلب معرفة كل من

σ ، \bar{x} ، μ ، درجة الثقة المطلوبة .

ولما كان في أغلب الظواهر يكون σ ، μ غير معلومة ، فإن

تحديد حجم العينة في هذه الحالة يتطلب سحب عينة استكشافية لتقدير

σ ، μ .

مثال

إذا كان الانحراف المعياري لطول الطلبة في قسم السياحة ١٢ سم ، وأريد

سحب عينة من الطلبة بحيث لا يختلف متوسط طول الطلبة فيها عن



المتوسط العام بأكثر من ٣ سم وذلك بدرجة ثقة ٩٥% ، فما هو حجم العينة المطلوب سحبها من مجتمع الطلبة .

الحل

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{Z}{\sqrt{n}} \therefore$$

ي المقابلة لدرجة الثقة المقابلة

، \therefore درجة الثقة المطلوبة هي ٩٥%

\therefore ي المقابلة لدرجة الثقة هذه هي ١,٩٦

$$\frac{3}{1,96} = \frac{12}{\sqrt{n}} \therefore$$

$$7,84 = \frac{1,96 \times 12}{\sqrt{n}} \therefore$$

\therefore ن = ٦٢ طالب وذلك بدرجة ثقة ٩٥% .

الفصل الثانى

توزيع نسبة عينات المجتمع واستخدامه فى تقدير (B)

يشتمل هذا الفصل على الآتى :

أولا : توزيع نسب عينات المجتمع ووصفه احصائيا .

ثانيا : تقدير النسبة (B) فى المجتمع .

ثالثا : تقدير حجم العينة اللازم للاستدلال منه عن النسبة

(B) فى المجتمع .



أولاً : توزيع نسب عينات المجتمع ووصفه احصائياً .

مثال

مجتمع احصائي يتكون من الأرقام ١١ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٥

والمطلوب :

١- إيجاد عدد العينات المكونة لهذا المجتمع إذا كان السحب مع الإعادة .

٢- إذا كان المتغير العشوائي هو نسبة الأعداد الفردية بالعينة فأوجد

توزيع نسب عينات المجتمع .

٣- الوصف الإحصائي للتوزيع الناتج ومقارنته بالوصف الإحصائي

المناظر في المجتمع .

الحل

١- إيجاد عدد عينات المجتمع :

∴ السحب مع الإعادة .



∴ عدد العينات الممكن سحبها هو $n = 5 = 25$ عينة

وبيانات العينات =

$$\left\{ \begin{array}{l} (15,11), (14,11), (13,11), (12,11), (11,11) \\ (15,12), (14,12), (13,12), (12,12), (11,12) \\ (15,13), (14,13), (13,13), (12,13), (11,13) \\ (15,14), (14,14), (13,14), (12,14), (11,14) \\ (15,15), (14,15), (13,15), (12,15), (11,15) \end{array} \right\}$$

٢- توزيع نسب عينات المجتمع :

∴ العينة بها مفردتين (رقمين)

∴ نسبة المفردة في العينة تمثل ٥٠%

∴ بيان نسب المتغير محل الدراسة (نسبة الأعداد الفردية) في عينات

المجتمع هو :

$$\begin{array}{cccccc} 1 & , & \frac{1}{3} & , & 1 & , & \frac{1}{3} & , & 1 \\ \frac{1}{3} & , & \text{صفر} & , & \frac{1}{3} & , & \text{صفر} & , & \frac{1}{3} \\ 1 & , & \frac{1}{3} & , & 1 & , & \frac{1}{3} & , & 1 \\ \frac{1}{3} & , & \text{صفر} & , & \frac{1}{3} & , & \text{صفر} & , & \frac{1}{3} \\ 1 & , & \frac{1}{3} & , & 1 & , & \frac{1}{3} & , & 1 \end{array}$$



∴ التوزيع التكراري للنسب (ب) حيث ب هي نسبة المتغير في العينة:

ب	علامات	التكرار (ك)
صفر	////	٤
$\frac{1}{3}$	// /// ///	١٢
١	//// ///	٩
المجموع		٢٥

ويسمى هذا التوزيع بتوزيع نسب عينات المجتمع أو التوزيع العيني للنسبة
Sampling Distribution of proportion ولهذا التوزيع أهمية كبيرة
في الدراسات الإحصائية حيث قد نكون بصدد الرغبة في معرفة نسبة
معينة في المجتمع ، كنسبة الطلبة البنين لمجموع الطلاب ، أو نسبة
المصابين بالبلهارسيا في ج.م.ع ، أو نسبة البيض الفاسد في شحنة كبيرة
من البيض ، أو نسبة المعيب في إنتاج مصنع ما

(٣ - ١) الوصف الاحصائي لتوزيع النسبة في عينات المجتمع :



الجدول الإحصائي اللازم :

ب	ك	ب ك	ب ^٢ ك
٠	٤	٠	٠
$\frac{1}{3}$	١٢	٦	٣
١	٩	٩	٩
المجموع	٢٥	١٥	١٢

$$\bar{p} = (\text{متوسط النسبة في عينات المجتمع}) = \frac{\text{مجموع ب ك}}{\text{مجموع ك}} = \frac{15}{25} = 0.6$$

$$\sigma^2 = (\text{تباين النسبة في عينات المجتمع}) = \frac{\text{مجموع ب}^2 \text{ ك}}{\text{مجموع ك}} - \left(\frac{\text{مجموع ب ك}}{\text{مجموع ك}} \right)^2$$

$$= \frac{12}{25} - \left(\frac{15}{25} \right)^2$$

$$= 0.48 - 0.36$$

$$= 0.12$$

∴ σ (الانحراف المعياري للنسبة في عينات المجتمع) = $\sqrt{0.12}$
ويسمى بالخطأ المعياري للنسبة

$$= 0.346$$



ويمكن إجراء الوصف الإحصائي السابق باستخدام الجدول الإحصائي

التالي :

ب	ك	\bar{K} (التكرار النسبي) (الاحتمال الاحصائي)	ب \bar{K}	ب \bar{K}^2
٠	٤	٠,١٦	٠	٠
$\frac{1}{3}$	١٢	٠,٤٨	٠,٢٤	٠,١٢
١	٩	٠,٣٦	٠,٢٦	٠,٣٦
المجموع	٢٥	١	٠,٦	٠,٤٨

$$\therefore \bar{K} = \text{م.ج.ب} = ٠,٦ =$$

$$\sigma^2 = \text{م.ج.ب}^2 \bar{K} - \text{م.ج. (ب ك)}^2$$

$$= \text{م.ج.ب}^2 \bar{K} - (\text{م.ج.ب})^2$$

$$= ٠,٤٨ - ٠,٣٦$$

$$= ٠,١٢$$

$$\sigma = \sqrt{٠,١٢} = ٠,٣٤٦ \text{ وهي نفس النتيجة السابقة}$$



(٣ - ٢) الوصف الإحصائي للنسبة في المجتمع :

* متوسط النسبة في المجتمع B :

$$B = \frac{\text{مجموع عدد الأرقام الفردية في المجتمع}}{\text{العدد الكلي لأرقام المجتمع}}$$

$$0,6 = \frac{3}{5} =$$

* تباين النسبة في المجتمع σ^2_B :

$$\sigma^2_B = k \times B \quad (1) \text{ حيث } k \text{ هي النسبة المكتملة .}$$

$$= \text{النسبة في المجتمع} \times \text{النسبة المكتملة لها}$$

$$B - (B - 1)$$

$$0,24 = 0,4 \times 0,6 =$$

* الانحراف المعياري للنسبة في المجتمع σ_B

$$\sigma_B = \sqrt{B - (B - 1)}$$

(1) لهذا القانون اثبات لكن يخرج عن النطاق الحالي



$$\sqrt{0,4 \times 0,6} =$$

$$0,489 =$$

(٣-٣) العلاقة بين الخصائص الإحصائية في المجتمع والنسبة في

توزيع عينات المجتمع :

بمقارنة نتائج (٢-٣) مع نتائج (٣-٣) تتضح العلاقات التالية :

$$B * = B \quad \text{في المثال} \quad 0,6 =$$

$$B * = \frac{B \sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{حيث } n \text{ حجم العينة والعلاقة صحيحة لأن}$$

$$= \frac{0,489}{\sqrt{2}}$$

$$= 0,346 \quad \text{وحيث } \sigma = 0,346$$

$$B * = \frac{(B-1) B}{\sqrt{n}} = \frac{(B-1) B}{\sqrt{n}} \quad \text{في حالة } B \text{ غير معلوم}$$

$$B * = \frac{(B-1) B}{\sqrt{n}} \quad \text{في حالة } B \text{ غير معلوم}$$

$$B * = \frac{B \sigma}{\sqrt{n}} \times \frac{\sqrt{n-2}}{1-2} \quad \text{إذا كان السحب بدون إرجاع}$$



ثانيا : تقدير النسبة (B) في المجتمع :

$$B = \bar{p} \pm \sigma_p \text{ عند درجة الثقة المطلوبة}$$

حيث :

B : النسبة في المجتمع .

\bar{p} : النسبة في العينة .

$\pm \sigma$: الفترة المعيارية المقابلة لفترة الثقة المطلوبة

(الاحتمال المطلوب) .

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \text{ : الخطأ المعياري للنسبة في العينة وهو}$$

حيث n حجم العينة .

مثال ١

إذا كان عدد الطلبة بإحدى الكليات يبلغ ٢٤٠٠ ، ولدراسة عدد الطلبة

المنتسبين بالكلية بأسلوب العينة ، تم سحب عينة عشوائية حجمها ٣٩٠



طالب ، فوجد أن منهم ١١٧ طالبا منتسبا ، والمطلوب تقدير نسبة الطلبة المنتسبين بالكلية وكذا عددهم بدرجة ثقة ٩٥ % .

الحل

∴ $B = \bar{p} \pm \sigma_p$ عند درجة الثقة المطلوبة .

حيث B هي النسبة في المجتمع ، \bar{p} هي النسبة في العينة ، $\pm \sigma_p$ هي الفترة المعيارية المقابلة لدرجة الثقة المطلوبة ، σ_p هي الخطأ المعياري للنسبة .

$$\therefore \bar{p} = \frac{117}{2400} = 0.04875$$

∴ $\pm \sigma_p$ عند درجة ثقة ٩٥ % هي ± 1.96 .

$$\therefore \sigma_p = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \quad \text{حيث } n \text{ حجم العينة ، واعتبار}$$

المجتمع غير محدود .

$$0.0232 = \sqrt{\frac{(0.04875)(1-0.04875)}{2400}}$$

$$B = 0.04875 \pm 1.96 \times 0.0232 \quad \text{بدرجة ثقة ٩٥ \%}$$

$$= 0.3 \pm 0.045$$

$$0.255 \leq B \leq 0.345$$

$$25.5\% \leq B \leq 34.5\%$$

$$25.5\% \times 2400 \leq B \leq 34.5\% \times 2400$$

$$612 \text{ طالب} \leq B \leq 828$$

تفسير درجة الثقة :

أنه إذا قمنا بسحب عدد كبير جدا من العينات ذات الحجم ٣٩٠

طالب سنجد أن ٩٥% من هذه العينات يكون نسبة الطلبة المنتسبين لن

تخرج عن التقدير السابق ، وأن ٥% فقط من هذه العينات هي التي تخرج

(تشد) عن ذلك التقدير .

مثال ٢

في استطلاع الرأي العام عن موقف أحد المرشحين في

الانتخابات ، تم سحب عينة حجمها ١٠٠ ناخب وقد دلت نتائج العينة ؟



أن ٥٥% منها تؤيد هذا المرشح ، والمطلوب تقدير نسبة المؤيدين لدى جميع الناخبين بدرجة ثقة ٩٩% .

الحل

$$\therefore B = \bar{p} \pm \sigma_{\bar{p}} \text{ عند درجة ثقة } 99\%$$

$$\therefore B = 2,58 \pm \frac{\sqrt{0,45 \times 0,55}}{100} \times 0,55 =$$

$$= 0,13 \pm 0,55$$

$$0,68 \leq B \leq 0,42$$

$$68\% \leq B \leq 42\% \text{ بدرجة ثقة } 96\%$$

مثال ٣

سحبت عينة عشوائية حجمها ١٠٠ بيضه من شحنة بيض ،

وبالفحص وجد أن البيض الفاسد في العينة ٣٠ بيضه ، والمطلوب احسب

فترة الثقة على نسبة البيض الفاسد في المجتمع بدرجة ثقة ٩٥% .

الحل

$$\therefore B = \pm \sigma_y \quad \sigma_y \text{ عند درجة ثقة } 90\%$$

$$= \pm 1.96 \times \frac{0.7 \times 0.3}{1.00}$$

$$= \pm 0.46 \times 1.96$$

$$= \pm 0.9$$

$$0.21 \leq B \leq 0.39$$

$$21\% \leq B \leq 39\% \text{ بدرجة ثقة } 90\%$$

وباعتبار أن هذا المجتمع هو سحب بدون إرجاع

$$\therefore B = \pm \sigma_y \frac{\sqrt{\frac{n-1}{n}}}{1-\frac{n-1}{n}}$$

$$= \pm 0.46 \times 1.96 \times \frac{\sqrt{\frac{30-1}{30}}}{1-\frac{30-1}{30}}$$

$$= \pm 0.88 \times 0.46 \times 1.96$$

$$= \pm 0.8$$

$$22\% \leq B \leq 39\% \text{ بدرجة ثقة } 90\%$$



ثالثا : تقدير حجم العينة اللازم للاستدلال منه عن النسبة B في المجتمع:

سبق المعرفة من التوزيع العيني للنسبة في المجتمع أن :

$$B = \bar{y} \pm \sigma_y \quad \text{عند درجة الثقة المطلوبة}$$

$$\therefore B - \bar{y} = \pm \sigma_y$$

$$\therefore \sigma_y = \frac{B - \bar{y}}{\pm} \quad \text{عند درجة الثقة المطلوبة}$$

$$\therefore \sigma_y = \sqrt{\frac{B(1-B)}{n}}$$

مثال ١

ما هو حجم العينة المطلوب سحبها من مجتمع معين بحيث لا تختلف نسبة

النساء فيها عن النسبة العامة بأكثر من ٢% بدرجة ثقة ٩٩% ، إذا علمت

أن نسبة النساء في العينة لمثل هذا المجتمع تساوي ٢٥% .

الحل

$$\therefore \sigma_y = \sqrt{\frac{B(1-B)}{n}} \quad \text{عند درجة الثقة المطلوبة}$$



$$\text{عند درجة ثقة } 99\% \quad \frac{0,02}{2,58} = \frac{\sqrt{0,75 \times 0,25}}{n} \therefore$$

$$\frac{0,02}{2,58} = \frac{0,433}{\sqrt{n}} \therefore$$

$$\frac{2,58 \times 0,433}{0,02} = \sqrt{n} \therefore$$

$$55,85 = \sqrt{n} \therefore$$

$$\therefore n = 3120 \text{ فردا} \quad \text{بدرجة ثقة } 99\%$$

مثال ٢

إذا أردنا تقدير نسبة السائحين الألمان في فوج سياحي أوروبي فما هو حجم العينة اللازم لإجراء هذا التقدير بحيث لا تختلف النسبة في العينة عن النسبة في المجتمع بمقدار ٥% بدرجة ثقة ٩٩% .

الحل

$$\text{عند درجة الثقة المطلوبة} \quad \frac{B - b}{\pm y} = \frac{\sqrt{b(1-b)}}{n} \therefore$$

ب : : : وهي النسبة في العينة غير معلومة في هذا المثال



∴ يتم اعتبار^(١) النسبة في العينة تساوى $\frac{1}{3}$

عند درجة الثقة ٩٩%

$$\frac{0,05}{2,58} = \frac{\sqrt{(0,5-1)0,5}}{n} \therefore$$

$$\frac{0,05}{2,58} = \frac{\sqrt{0,25}}{n} \therefore$$

$$\frac{2,58 \times 0,5}{0,05} = \sqrt{n} \therefore$$

$$25,8 =$$

$$665,64 = n \therefore$$

$$666 = \text{سائح}$$

^(١) يلجأ البعض إلى إيجاد نسبة تقريبية من دراسات مماثلة سابقة .

الفصل الثالث

التوزيع التكراري لذات الحدين

أولاً : تمهيد :

نعلم من دراستنا السابقة أن ذات الحدين عبارة عن مقدار جبري

يتكون من حدين مثل المقدار $ص + س$ ، كما نعلم أن مفكوك ذات الحدين

هو عدد نواتج ضرب ذات الحدين عدد من المرات ويتضح ذلك فيما

يلي :

$$(ص + ك) = ص + ك$$

$$(ص + ك)^2 = ص^2 + ٢ ص ك + ك^2$$

$$(ص + ك)^3 = ص^3 + ٣ ص^2 ك + ٣ ص ك^2 + ك^3$$



$$(ص + ك)^{\circ} = ص^{\circ} + ٥ ص^{\circ} ك + ١٠ ص^{\circ} ك^{\circ} + ١٠ ص^{\circ} ك^{\circ} + ١٠ ص^{\circ} ك^{\circ}$$

$$+ ٥ ص^{\circ} ك^{\circ} + ٥ ص^{\circ} ك^{\circ}$$

$$(ص + ص)^{\circ} = ص^{\circ} + ١٠ ص^{\circ} ك + ٤٥ ص^{\circ} ك^{\circ} + ١٢٠ ص^{\circ} ك^{\circ}$$

$$+ ٢٥٢ ص^{\circ} ك^{\circ} + ٢١٠ ص^{\circ} ك^{\circ} + ١٢٠ ص^{\circ} ك^{\circ}$$

$$+ ٤٥ ص^{\circ} ك^{\circ} + ١٠ ص^{\circ} ك^{\circ} + ١٠ ص^{\circ} ك^{\circ}$$

ملاحظات على مفكوك ذات الحدين :

١- عدد الحدود في أى مفكوك عبارة عن $١ + ١$ حيث هى ١ الأس

ففى المفكوك $(ص + ك)^{\circ}$ نجد أن عدد الحدود ٣ حيث $٢ + ١$ ، وفى

المفكوك $(ص + ٥)^{\circ}$ نجد أن عدد الحدود ٦ حيث $٥ + ١$ وهكذا .

٢- مجموع عدد معاملات الحدود عبارة عن ٢ ففى المفكوك

$(ص + ك)^{\circ}$ نجد أن عدد المعاملات ٤ حيث $٢ + ٢$ وهى :

$$ص^{\circ} + ٢ ص^{\circ} ك + ١٠ ص^{\circ} ك^{\circ} + ١٠ ص^{\circ} ك^{\circ}$$



٣- معامل أي حد عبارة عن $\frac{?}{?} = \frac{?}{?}$ حيث $?$ هي

(رتبة الحد - ١) ففي المفكوك (ص + ك) نجد أن معامل حده

الأول يساوى واحد حيث :

ق. $1 = \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$ ، وأن معامل حده الثانى يساوى ١٠

حيث ق. $10 = \frac{10}{1} = \frac{10}{1}$ ، وأن معامل حده الثامن يساوى ١٢٠

حيث ق. $120 = \frac{120}{1} = \frac{120}{1}$ وهكذا .

ثانيا : متغير ظهور الصورة عند رمى قطعة نقود عدة مرات كظاهرة

ذات متغيرين كتابة وصورة :

عند رمى قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور الصورة

يساوي $\frac{1}{2}$ ويسمى ذلك بالاحتمال الرياضى (نسبة) ، وعند رمى قطعة

النقود مرتين فمن المحتمل أن لا نحصل على الصورة فى أى منهما رغم

أن الاحتمال الرياضى لظهور الصورة فى كل مره يساوى $\frac{1}{2}$ ، لكن إذا

كررنا رمى قطعة النقود عدد كبير جداً من المرات فإننا نجد أن الصورة



ستظهر في حوالي ٥٠% من الحالات ، وهذا يقودنا إلى التعريف الإحصائي للاحتمال ، فالاحتمال بالمعنى الإحصائي هو عبارة عن تكرار نسبي أى التكرار النسبي لوقوع الحدث ، ويعتبر المعنى الإحصائي للاحتمال أقرب إلى منطق الأشياء من المعنى الرياضي .

ثالثا : المجتمع الإحصائي المتوقع لمتغير ظهور الصورة عند رمى قطعة النقود عدة مرات :

إذا رمزنا لظهور الصورة بالرمز ص ، وللكتابة بالرمز ك ، وإذا رمينا قطعة النقود (ص + ك) ثلاث مرات مثلا فإن المجتمع الإحصائي المتوقع لمتغير ظهور الصورة هو $2^3 = 8$ وبيانها كما يلي :

المتغير (ظهور الصورة)	بيان لنواتج الرمي	عدد مرات ظهور المتغير في الثلاث رميات
ص ص ص	أي ظهور الصورة في الثلاث رميات	٣
ص ص ك	أي ظهور الصورة مرتين في الثلاث رميات	٢
ص ك ص	أي ظهور الصورة مرتين في الثلاث رميات	٢
ص ك ك	أي ظهور الصورة مرة واحدة في الثلاث رميات	١



تابع الجدول

عدد مرات ظهور المتغير في الثلاث رميات	بيان لنواتج الرمي	المتغير (ظهور الصورة)
٠	أي عدم ظهور الصورة في الثلاث رميات	ك ك ك
١	أي ظهور الصورة مرة واحدة في الثلاث رميات	ك ك ص
١	أي ظهور الصورة مرة واحدة في الثلاث رميات	ك ص ك
٢	أي ظهور الصورة مرة مرتين في الثلاث رميات	ك ص ص

والتوزيع التكراري المتوقع في هذه الحالة هو :

المتغير	علامات	تكرار (ك)
٠	/	١
١	///	٣
٢	///	٣
٣	/	١
المجموع		٨

يلاحظ أن مدى المتغير يتراوح من الصفر إلى ٣ ، كما يلاحظ أن

التكرارات هي مفكوك ذات الحدين (ص + ك)^٣ . وعلى ذلك فالتوزيع

التكراري لمتغير ظهور الصورة إذا كان عدد مرات الرمي يساوي ١٠

هو :



متغير ظهور الصورة	التكرار المطلق (ك)	التكرار النسبي (الاحتمال الإحصائي)
٠	١	٠,٠٠١
١	١٠	٠,٠١٠
٢	٤٥	٠,٠٤٤
٣	١٢٠	٠,١١٧
٤	٢١٠	٠,٢٠٥
٥	٢٥٢	٠,٢٤٦
٦	٢١٠	٠,٢٠٥
٧	١٢٠	٠,١١٧
٨	٤٥	٠,٠٤٤
٩	١٠	٠,٠١٠
١٠	١	٠,٠٠١
المجموع	١٠٢٤	١

وأنه من الممكن إيجاد هذا التوزيع باستخدام التوافق كما في الجدول التالي ، حيث ح هي احتمال نجاح ظهور الصورة ، ل هي احتمال فشل ظهور الصورة ، ح ل هو احتمال النجاح والفشل معاً (قاعدة ضرب الاحتمالات) .

متغير ظهور الصورة	أي معامل الحد في المفكوك أو التكرار المطلق في التوزيع التكراري	حـ لـ ٥ -	قـ حـ لـ ٥ -
٠	١	$0,00097 = {}^1(\frac{1}{4}) {}^1(\frac{1}{4})$	أي الاحتمال الإحصائي للنتائج أو التكرار النسبي لنتائج
١	١٠	$0,00097 = {}^9(\frac{1}{4}) {}^1(\frac{1}{4})$	
٢	٤٥	$0,00097 = {}^8(\frac{1}{4}) {}^2(\frac{1}{4})$	
٣	١٢٠	$0,00097 = {}^7(\frac{1}{4}) {}^3(\frac{1}{4})$	
٤	٢١٠	$0,00097 = {}^6(\frac{1}{4}) {}^4(\frac{1}{4})$	
٥	٢٥٢	$0,00097 = {}^5(\frac{1}{4}) {}^5(\frac{1}{4})$	
٦	٢١٠	$0,00097 = {}^4(\frac{1}{4}) {}^6(\frac{1}{4})$	
٧	١٢٠	$0,00097 = {}^3(\frac{1}{4}) {}^7(\frac{1}{4})$	
٨	٤٥	$0,00097 = {}^2(\frac{1}{4}) {}^8(\frac{1}{4})$	
٩	١٠	$0,00097 = {}^1(\frac{1}{4}) {}^9(\frac{1}{4})$	
١٠	١	$0,00097 = {}^0(\frac{1}{4}) {}^{10}(\frac{1}{4})$	
المجموع	١٠٢٤	٠,٠٠٠٩٧٧	١

وقد أمكن للعالم برنولي Beronolli إيجاد هذا التوزيع بالقاعدة

أ = ق ح ل م و سميت بقاعدة برنولي وتعني إذا كان س متغير



عشوائي (متغير ظهور الصورة) يمثل ظاهرة وكان لهذه الظاهرة نلتجين فقط هما النجاح باحتمال ح والفشل باحتمال ل أي (١ - ح) ، فإن التوزيع الاحتمالي لهذا المتغير هو احتمال عدد مرات النجاح إذا أجريت قاعدة برنولي عدد من المرات .

رابعاً : الوصف الإحصائي لمتغير ظهور الصورة عند رمي قطعة نقود عدة مرات كظاهرة ذات حدين :

الجدول الإحصائي اللازم :

متغير ظهور الصورة (س)	التكرار النسبي (الاحتمال الإحصائي)	التكرار المطلق (ك)	ك س	ك س ^٢	تكرار متجمع صاعد
٠	٠,٠٠١	١	٠	٠	١
١	٠,٠١٠	١٠	١٠	١٠	١١
٢	٠,٠٤٤	٤٥	٩٠	١٨٠	٥٦
٣	٠,١١٧	١٢٠	٣٦٠	١٠٨٠	١٧٦
٤	٠,٢٠٥	٢١٠	٨٤٠	٣٣٦٠	٣٨٦
٥	٠,٢٤٦	٢٥٢	١٢٦٠	٦٣٠٠	٦٣٨
٦	٠,٢٠٥	٢١٠	٨٤٠	٧٥٦٠	٨٦٨
٧	٠,١١٧	١٢٠	٣٦٠	٥٨٨٠	٩٦٨
٨	٠,٠٤٤	٤٥	٩٠	٢٨٨٠	١٠١٣
٩	٠,٠١٠	١٠	١٠	٨١٠	١٠٢٣
١٠	٠,٠٠١	١	٠	١٠٠	١٠٢٤
المجموع	١	١٠٢٤	٥١٢٠	٢٨١٦٠	/



(١) الوسط الحسابي (س) :

$$س = \frac{٥١٢٠}{١٠٢٤} = \frac{\text{مجموع س ك}}{\text{مجموع ك}} = \text{س}$$

(٢) الوسيط (ط) :

$$\text{ط} = ب + \frac{١ \times ١٢٦}{١٢٦ + ١٢٦} \quad (\text{مبادئ الإحصاء})$$

$$س = ٠,٥ + ٤,٥ = \frac{١ \times ١٢٦}{١٢٦ + ١٢٦} + ٤,٥ =$$

(٣) المنوال (أ) :

$$\text{ط} = ب + \frac{١ \times ٢١٠}{٢١٠ + ٢١٠} \quad (\text{مبادئ الإحصاء})$$

$$س = ٠,٥ + ٤,٥ = \frac{١ \times ٢١٠}{٢١٠ + ٢١٠} + ٤,٥ =$$

(٤) الانحراف المعياري (ع) :

$$ع = \sqrt{\frac{\text{مجموع س ك}^2}{ن} - \frac{(\text{مجموع س ك})^2}{ن^2}} \quad (\text{مبادئ الإحصاء})$$

$$١,٥٨ = \sqrt{\frac{٢٨١٦٠}{١٠٢٤} - \frac{(٥١٢٠)^2}{(١٠٢٤)^2}} =$$



$$(٥) \text{ معامل الالتواء} = \frac{\overline{س} - ط أوم}{ع}$$

$$= \frac{٥ - ٥}{١,٥٨} = \text{صفر}$$

(٦) معامل التفرطح :

لإيجاد هذا المعامل يستلزم إيجاد الجدول الإحصائي اللازم التالي:

س	ك	(س- $\overline{س}$) ح	ح ك	ح ^٢ ك	ح ^٣ ك	ح ^٤ ك
٠	١	٥-	٥-	٢٥	١٢٥	٦٢٥
١	١٠	٤-	٤٠-	١٦٠	٦٤٠	٢٥٦٠
٢	٤٥	٣-	١٣٥-	٤٠٥	١٢١٥	٣٦٤٥
٣	١٢٠	٢-	٢٤٠-	٤٨٠	٩٦٠	١٩٢٠
٤	٢١٠	١-	٢١٠-	٢١٠	٢١٠	٢١٠
٥	٢٥٢	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
٦	٢١٠	١	٢١٠	٢١٠	٢١٠	٢١٠
٧	١٢٠	٢	٢٤٠	٤٨٠	٩٦٠	١٩٢٠
٨	٤٥	٣	١٣٥	٤٠٥	١٢١٥	٣٦٤٥
٩	١٠	٤	٤٠	١٦٠	٦٤٠	٢٥٦٠
١٠	١	٥	٥	٢٥	١٢٥	٦٢٥
المجموع	١٠٢٤	صفر	صفر	٢٥٦٠	٦٣٠٠	١٧٩٢٠



$$\therefore \text{العزم الثاني} = \frac{\text{مجموع ك}^2}{\text{مجموع ك}} - \left(\frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع ك}} \right)^2$$

$$= \frac{2560}{1024} - \left(\frac{0}{1024} \right)^2$$

$$= 2,5 \quad (\text{التباين})$$

$$\therefore \text{العزم الثالث} = \frac{\text{مجموع ك}^3}{\text{مجموع ك}} - \left(\frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع ك}} \right)^2 \times \frac{\text{مجموع ك}^2}{\text{مجموع ك}} + \left(\frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع ك}} \right)^2$$

$$= \text{صفر} - \left(\text{صفر} + \text{صفر} \right)$$

$$= \text{صفر}$$

$$\therefore \text{معامل الالتواء} = \frac{\text{مربع العزم الثالث}}{\text{مكعب العزم الثاني}} = \frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$$

$$= \frac{(0)}{(2,5)} = \text{صفر}$$

$$\text{العزم الرابع} = \frac{\text{مجموع ك}^4}{\text{مجموع ك}} - \left(\frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع ك}} \right)^3 \times \frac{\text{مجموع ك}^2}{\text{مجموع ك}} + \frac{\text{مجموع ك}^2}{\text{مجموع ك}} \times \frac{\text{مجموع ك}^2}{\text{مجموع ك}} - \left(\frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع ك}} \right)^2$$

$$+ \left(\frac{\text{مجموع ك}}{\text{مجموع ك}} \right)^2 \times \frac{\text{مجموع ك}^2}{\text{مجموع ك}}$$

$$= \frac{17920}{1024} - \left(\frac{0}{1024} \right)^3 \times \frac{0}{1024} + \frac{0}{1024} \times \frac{0}{1024} - \left(\frac{0}{1024} \right)^2$$

$$= 17,5 = 6 \times \text{صفر}$$



$$\therefore \text{معامل التفرطح} = \frac{\text{العزم الرابع}}{\text{مربع العزم الثاني}} = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$$

$$= \frac{17,5}{(2,5)^2} = 2,8 \approx 3$$

أي أن توزيع ذات الحدين هذا أقل تفرطحاً من التوزيع الطبيعي المعياري

(٧) العرض البياني للتوزيع التكراري المعتدل لذي الحدين هذا :

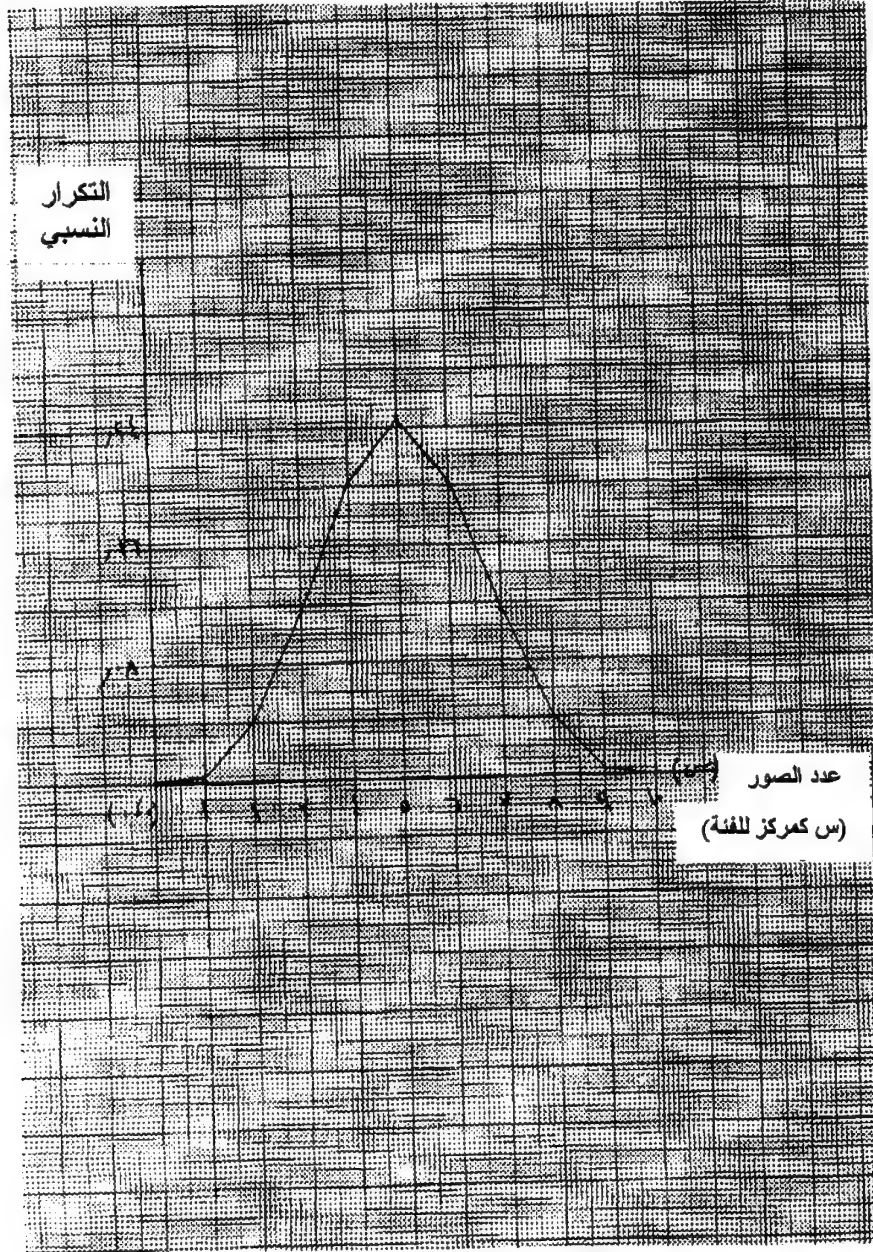
يتأتى هذا العرض على أنه مضلع تكراري معتدل ، وهذا ما يوضحه الشكل البياني التالي ، وأنه بزيادة (ن) فإن المضلع هذا سيتحول إلى المنحنى الطبيعي ، ومن ثم يمكن الاستفادة من خصائص التوزيع الطبيعي في إيجاد الاحتمال الإحصائي للظواهر التي تتبع التوزيع المعتدل لذي الحدين .

(٨) يسمى المتوسط الحسابي لذي الحدين بالتوقع ويرمز له بالرمز

(μ) ، ويمكن حسابه بطريقة اسهل عن ذي قبل كما يلي :



المضلع التكراري النسبي المعتدل لذي الحدين





$$\mu = \sigma \cdot \text{ح}^{(١)}$$

حيث :

μ : التوقع

σ : عدد الوحدات

ح : احتمال النجاح للوحدة الواحدة

وينطبق هذا القانون على المثال محل الدراسة :

$$\therefore \mu = 10 \times \frac{1}{4}$$

$\sigma = 0$ وهي نفس النتيجة السابقة

وكذلك الانحراف المعياري لذى الحدين :

$$\sigma = \sqrt{n \cdot \text{ح} \cdot \text{ل}^{(٢)}}$$

حيث :

ع : الانحراف المعياري لذى الحدين .

^(١) ، ^(٢) لهما اثبات رياضي لكن يخرج ذلك عن نطاق هذا الكتاب



ن : عدد الوحدات ، ح : احتمال النجاح للوحدة الواحدة

ل : احتمال الفشل أى الاحتمال المكمل (١ - ح) .

وينطبق هذا القانون على المثال محل الدراسة :

$$\therefore \text{ع} = \sqrt{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 10} =$$

$$= 1,58 \quad \text{وهى نفس النتيجة السابقة .}$$

$$\text{معامل الالتواء} = \frac{ل - ح}{ع}$$

$$\text{وهى نفس النتيجة السابقة} \quad \text{صفر} = \frac{0,5 - 0,5}{1,58} =$$

$$\text{معامل التفرطح} = 3 + \frac{ل - 1}{ع}$$

$$= 3 + \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 10}{1,58}$$

$$= 3 + \frac{0,5}{1,58} = 3,3165 = 3,7 \approx 3$$

وهى تقريبا نفس النتيجة السابقة

(٩) أن اعتدال التوزيع التكراري لذي الحدين هذا راجع إلى أن احتمال

(ح) يساوى $\frac{1}{4}$ واحتمال (ل) يساوى $\frac{1}{4}$ ، ولذلك إذا كان احتمال ح $< \frac{1}{4}$

فتوزيع ذى الحدين يكون ملتوى ناحية اليسار (التواء سالب) ، أما إذا كان احتمال $h > \frac{1}{2}$ فتوزيع ذى الحدين يكون ملتوى ناحية اليمين (التواء موجب) ، ويتضح ذلك عند تناول الأمثلة التطبيقية ، كما أن $\mu = \sigma^2$ ح مهما كانت قيمة ح .

(١٠) معنى الوسط الحسابي والانحراف المعياري لتوزيع ذات الحدين :

نفرض أننا القينا قطعة نقود غير معيبة عدد كبير جدا من المرات ولتكن ١٦٠٠ مره ، فإننا نتوقع أن نحصل على الصورة فى نصف عدد هذه المرات أي حوالي ٨٠٠ مره وأيضا على الكتابة فى ٨٠٠ مره ، ويعطينا الوسط الحسابي لتوزيع ذات الحدين μ (ح) هذا التوقع النظري حيث $\mu = h \times 1600 = \frac{1}{2} \times 1600 = 800$ مره . لكن إذا قمنا بإجراء هذه التجربة فعلا فقد نحصل مثلا على ٨٠٧ صوره ، وإذا أجريناها مرة ثانية فقد نحصل على ٧٩٥ صوره ، وإذا أجريناها مرة ثالثة ، ورابعة ، سنحصل على قيم تقترب من الرقم ٨٠٠ وذلك رغم أننا نجرى التجربة على نفس قطعة النقود ونلقيناها فى كل تجربة ١٦٠٠ مره . وإذا كانت قطعة النقود غير معيبة فعلا فإن هذا الفرق



يرجع إلى عوامل غير معروفة وهي التي تسمى بعوامل الصدفة ،
 أما إذا كانت قطعة النقود معيبة أو أن طريقة رمى القطعة غير
 سليمة فقد تنتج فروق أخرى ترجع لنوع آخر من الأخطاء وهو ما
 يسمى بخطأ التحيز ، ويساعدنا الانحراف المعياري لتوزيع ذات
 الحدين على معرفة هذه الفروق وهل ترجع إلى عوامل الصدفة فقط
 أو أن عوامل خطأ التحيز قد تسربت إليها ، فإذا كان الفرق بين
 التوقع النظري والنتائج الفعلي يقل عن قيمة وحدة انحراف معياري
 أي \sqrt{npq} فالاحتمال كبير أن يكون هذا الفرق راجعا إلى عوامل
 الصدفة فقط ، أما إذا كان هذا الفرق يزيد عن ٣ \sqrt{npq} أي ثلاثة
 أصناف الانحراف المعياري فإن الاحتمال كبير أن يكون هذا الفرق
 راجعا إلى عوامل عوامل التحيز ، وتبين لنا دراسة المنحنى^(١)
 الطبيعي حدود واحتمالات هذه الفروق (الأخطاء) . وبالنسبة لمثالنا
 هذا وجدنا أن التوقع النظري $H = 1600 \times \frac{1}{4} = 400$ وأن
 الانحراف المعياري لها $= \sqrt{1600 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}} = 20$ أي أننا
 إذا حصلنا على عدد من الصور يتراوح بين ٨٢٠ ، ٧٨٠ فإن هذا

^(١) يؤول منحنى التوزيع التكراري المعتدل لدى الحدين إلى المنحنى الطبيعي عندما تكبر وتقترب من ∞ .



الفرق عن التوقع النظري يرجع إلى عوامل الصدفة ويسمى بالفرق الظاهري (غير المعنوي) ، أما إذا كان الناتج الفعلى يقع خارج مجال $(\pm 3 \sqrt{n} \cdot \sigma)$ أي لا يقع داخل المجال (٨٦٠ - ٧٢٠) فمن المؤكد أن هذا الفرق يرجع إلى عوامل أخرى غير الصدفة ويكون الفرق فى هذه الحالة فرقا جوهريا .

خامسا : أمثله تطبيقية :

مثال

- إذا كان ٢٠% من إنتاج أحد الفنادق إنتاج معيب ، أخذت عينة عشوائية عددها ٤ وحدات من هذا الإنتاج والمطلوب :
- ١- أوجد احتمال أن يكون بالعينة وحدة واحدة تالفة .
 - ٢- أوجد احتمال ألا يكون بالعينة أي وحدة تالفة .
 - ٣- أوجد احتمال أن يكون بالعينة وحدتين تالفتين على الأكثر .

الحل

∴ احتمال وجود وحدة واحدة تالفة فى إنتاج الفندق (ح) = $\frac{20}{100} = 0.2$



∴ احتمال عدم وجود وحدة تالفة في إنتاج الفندق (ل) = ١ - ٠,٢ =

$$٠,٨ =$$

∴ احتمال وجود وحدة واحدة تالفة في العينة = ${}^1C_1 (٠,٢)^1 (٠,٨)^{٠} =$

$$٠,٢ =$$

$$٠,٠١٢ \times ٠,٢ \times ٤ =$$

$$٠,٠٠٤٨ =$$

، احتمال عدم وجود أي وحدة تالفة في العينة = ${}^4C_0 (٠,٢)^0 (٠,٨)^4 =$

$$٠,٤٠٩٦ =$$

، احتمال وجود وحدتين تالفتين في العينة = ${}^2C_2 (٠,٢)^2 (٠,٨)^0 =$

$$٠,٠٤ =$$

، احتمال وجود وحدتين تالفتين على الأكثر في العينة

$$= (٠,٨)^4 + (٠,٢)^2 + (٠,٢)^4 =$$

$$٠,٤٠٩٦ + ٠,٠٤ + ٠,٠١٦ =$$

$$٠,٤٦٥٦ =$$



مثال ٢

في المثال السابق إذا كان إنتاج الفندق ٤٠٠ وحدة فأوجد المتوسط الحسابي والانحراف المعياري ومعاملي الالتواء والتفرطح لتوزيع الوحدات .

الحل

المتوسط الحسابي لذى الحدين (التوقع μ) = \bar{X}

$$\mu = 400 \times 0,2$$

$$= 80 \text{ وحدة معينة}$$

الانحراف المعياري لتوزيع ذى الحدين (ع) = $\sqrt{\bar{X} - L}$

$$\therefore \text{ع} = \sqrt{400 \times 0,2 \times 0,8}$$

$$= 8 \text{ وحدة معينة}$$

معامل التواء لتوزيع ذى الحدين = $\frac{L - \bar{X}}{\text{ع}}$

$$= \frac{0,2 - 0,8}{8}$$

$$= -0,075 \text{ ضعيف موجب}$$



$$\frac{١-٦ ح ل}{ع} + ٣ =$$

معامل التفرطح لتوزيع ذى الحدين

$$\frac{٠,٨ \times ٠,٢ \times ٦ - ١}{٨} + ٣ =$$

$$٠,٠٠٥ + ٣ =$$

$$٣,٠٠٥ =$$

التوزيع مدبب بدرجة طفيفة جدا

وبعد الانتهاء من هذا الباب (الباب الثاني) يجب الإشارة إلى أن غاية

الإحصاء ليست دراسة العينة في حد ذاتها أو التقدير في حد ذاته ، وإنما

غايته النهائية هي لاستنتاج الإحصائي لطبيعة توزيع الظاهرة في المجتمع

ومن ثم إمكان تعميم الحكم على المجتمع ككل .

الباب الثالث

اختبارات الفروض

الباب الثالث

اختبارات الفروض

يعد هذا الباب هو أحد مجالي الاستنتاج الاحصائي وهما التقدير واختبارات الفروض ويشتمل على

تمهيد :

الفصل الأول : اختبار المتوسطات (المقارنات)

أولا : اختبار متوسط عينة

ثانيا : اختبار متوسطى عينتين

ثالثا : اختبار عدة متوسطات عينات (تحليل التباين)

الفصل الثانى : اختبار التباينات (التجانس)

أولا : اختبار تباينى مجموعتين (تجانس مجموعتين).

ثانيا : اختبار تباينات عدة مجموعات (تجانس المجموعات) .

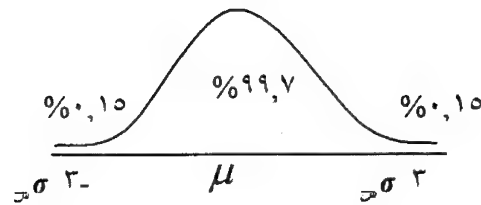
الفصل الثالث : اختبار النسب .

الفصل الرابع : اختبار الفرق بيت التكرار الشاهد والتكرار المتوقع .



التمهيد :

تسمى اختبارات الفروض باختبارات الفروق أو اختبارات المعنوية Test of Significance وهي اختبار فرض العدم Null Huptheses أي عدم وجود فرق حقيقي (معنوي) بين الواقع والمفترض، فإذا كنا بصدد مثلاً اختبار الفرق بين متوسط المجتمع μ ومتوسط عينة مسحوبة منه \bar{x} بهدف معرفة أن العينة تمثل المجتمع أم لا فإن فرض العدم هو أن $\bar{x} = \mu$ أي $\bar{x} - \mu = 0$ صفر بمعنى عدم وجود فرق بين \bar{x} و μ ، ومن ثم فالعينة تمثل المجتمع، ويسمى ذلك بالفرض الصحيح، أما إذا كان $\bar{x} \neq \mu$ أي $\bar{x} - \mu < 0$ صفر فإنه يوجد فرق ويسمى ذلك بالفرض غير الصحيح، ويفيدنا توزيع متوسطات عينات المجتمع الذي يؤول إلى منحنى طبيعي معياري في إمكانية الحكم على حدود هذه الفروق فإذا كان \bar{x} يقع :



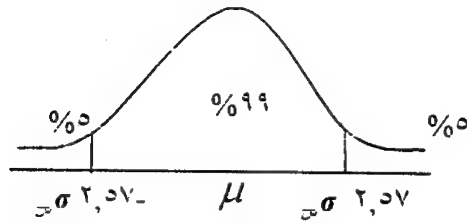
داخل حدود $\pm 3\sigma$ (أي ثلاث أخطار معيارية من متوسط المجتمع)

فإنه يمكن قبول س على أنها لا تفتقر عن μ بدرجة ثقة ٩٩,٧% وأن

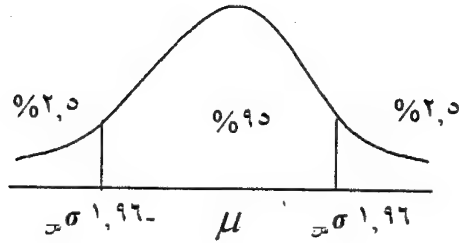
العينة تمثل المجتمع ، أما إذا كان س يقع خارج حدود $\pm 3\sigma$ فإنه

يمكن القول بأن العينة لا تنتمي لهذا المجتمع وتعد من العينات النادرة .

وهكذا إذا كان \bar{x} يقع :



وهكذا إذا كان \bar{x} يقع :



الفصل الأول

اختبار المتوسطات

أولاً : اختبار متوسط العينة :

يجرى هذا الاختبار لمعرفة هل العينة تنتمي للمجتمع أم لا وذلك باختبار الفرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع ، والمختبر الإحصائي المستخدم هو اختبار t .

اختبار Z :

يستخدم اختبار Z في حالة العينات الكبيرة الحجم (مفرداتها أكبر من ٣٠ مفردة) ذلك لأن كبر حجم العينة يجعل توزيع متوسطات عينات المجتمع يتبع التوزيع المعتدل حتى لو كان المجتمع الأصلي غير معتدل ،

وبالطبع إذا كان المجتمع الأصلي معتدل فلا يشترط كبر حجم العينة ،

والمعادلة المستخدمة هي :

$$\frac{\mu - \bar{x}}{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)} = \frac{\mu - \bar{x}}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \text{ى}$$

أو

$$\frac{\mu - \bar{x}}{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)} = \text{ى} \quad \text{فى حالة عدم معلومية } \sigma$$

وحيث $\text{ع} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$ ويعرف بالانحراف المعياري

- المعدل ويرجع السبب فى القسمة على ($n - 1$) أن عدم معلومية σ
- تجعلنا نستبدلها بإيجاد ع من العينة ، وحتى لا يؤدي هذا الاستبدال إلى التحيز لقيمة σ فإنه يتم القسمة على ($n - 1$) والذي يسمى بدرجات الحرية .

اختبار (ت) :

قام أحد العلماء فى عام ١٩٠٨ بدراسة توزيع متوسطات العينات

الصغيرة الحجم ($n > 30$) فوجد أن هذا التوزيع لا يتبع التوزيع



المعتدل بل يتبع توزيع آخر أكثر تشبهاً أطلق عليه اسم توزيع (ت)
بدرجات حرية مختلفة عند مستويات معنوية مختلفة (جدول توزيع ت) .
والمعادلة المستخدمة هي :

$$ت = \frac{\bar{x} - \mu}{\left(\frac{s}{\sqrt{n}} \right)}$$

بدرجات حرية معينة عند مستويات معنوية معينة

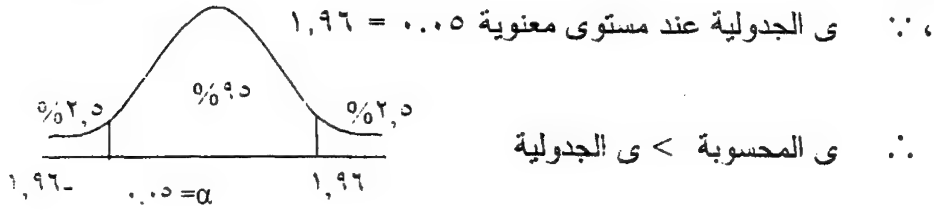
أمثلة

مثال ١

مجتمع إحصائي يتبع توزيع معتاد متوسطه $(\mu) = ٨٠$ درجة بانحراف
معياري ٧ درجات ، تم سحب عينة عشوائية حجمها ٢٥ مفردة متوسطها
الحسابي $(\bar{x}) = ٨٣$ والمطلوب : هل العينة تمثل المجتمع أم لا وذلك
بدرجة ثقة ٩٥ % .

الحل

$$\begin{aligned} \therefore \text{ن} &= \frac{(\bar{x} - \mu) \sqrt{n}}{s} \\ \therefore \text{ن} &= \frac{(83 - 80) \sqrt{25}}{7} = 2.14 \end{aligned}$$



∴، الفرق معنوى أي حقيقي بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع .

∴، العينة لا تمثل المجتمع وهذا القرار بدرجة ثقة %٩٥

ملحوظة :

إذا أردنا أن نقدر (μ) بفترة ثقة %٩٥ من العينة فى المثال السابق فإن

الحل كما يلى :

∴ $\mu = \bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ عند مستوى المعنوية المطلوب

$$= 83 \pm 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{حيث } \alpha = 0.05$$

$$= 83 \pm 1.96 \times \frac{7}{5}$$

$$= 83 \pm 2.744$$

$$\therefore 80.256 \leq \mu \leq 85.744$$

∴ المجتمع الذى تمثله هذه العينة هو مجتمع متوسطه ينحصر بين
حدين هما ٨٠,٣ ، ٨٥,٧ ، وهذا يؤكد أن هذه العينة لا تمثل المجتمع
الذى متوسطه ٨٠ درجة .

مثال ٢

بأحد الفنادق آلة لإنتاج منتج ما ذو سمك ٠,٠٥ بوصة ، وللتأكد
عما إذا كانت الآلة لازالت تعمل بهذه المواصفات تم سحب عينة عشوائية
حجمها ١٠ وحدات من إنتاج هذه الآلة ووجد أن متوسط سمك الوحدة فى
العينة = ٠,٠٥٣ بوصة بانحراف معياري ٠,٠٠٣ بوصة ، والمطلوب :
اختبار مدى صلاحية الآلة للإنتاج بدرجة ثقة ٩٩ % .

الحل

$$\frac{\overline{(x - \mu)} \sqrt{n}}{s} = t$$

$$3,162 = \frac{\overline{10 \sqrt{(0,05 - 0,053)}}}{0,003} =$$

∴ ت الجدولية عند مستوى معنوية ١% ودرجات حرية ٩ = ± ٣,٢٥ ،

٢.٢. المحسوبة > الجدولية . \therefore الفرق بين المتغيرات وخصائصها .

٢.٢. الفرق غير معنوي أي غير حقيقي بين متوسط المجتمع ومتوسط

العينة .

العينة .

٢.٢. الآلة ما زالت صالحة للإنتاج وهذا القرار بدرجة ثقة ٩٩% .

٢.٢. الفرق بين المتوسطات هو الفرق بين المتوسطات وليس الفرق بين المتوسطات

مؤال ٣

٢.٢. الفرق بين المتوسطات هو الفرق بين المتوسطات وليس الفرق بين المتوسطات

تم إجراء امتحان لطلبة الفرقة الثانية في مادة الاحصاء وكانت

نتيجة الامتحان لعينة عشوائية من هذا الامتحان هي ٦٠ ، ٤٠ ، ٣٠ ،

٧٠ ، ٥٠ ، ٩٠ ، ١٠ والمطلوب : هل يمكنك القول أن متوسط هذه

العينة هو متوسط المجتمع الذي سحبت منه ؟

الحل

$$\therefore \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$50 = \frac{350}{7} = \frac{10+0+0+40+60}{7} =$$

$$\therefore E = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{4200}{6}} = 26,46$$



$$t = \frac{\bar{x}}{\left(\frac{s}{\sqrt{n}} \right)}$$

$$0 = \frac{50}{\left(\frac{26,46}{\sqrt{2,65}} \right)}$$

∴ ت الجدولية عند مستوى معنوية ٥% ودرجات حرية ٦ تساوي

١,٩٤ .

∴ ت المحسوبة < ت الجدولية . .

∴ الفرق معنوى بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع ، وعليه فالعينة لا

تمثل المجتمع أو أنها من العينات النادرة وهذا بدرجة ثقة ٩٥% .

مثال ٤

فى أحد المنتجعات السياحية يريد مكتب الصحة التأكد من أن

متوسط أعداد البكتريا فى الشاطئ لا يزيد عن حد الأمان وهو ٢٠٠ ، فتم

سحب عينة حجمها ١٠ أنابيب من ماء الشاطئ وبتقدير أعداد البكتريا بها

وجد ١٧٥ ، ١٩٠ ، ٢١٥ ، ١٩٨ ، ١٨٤ ، ٢٠٧ ، ٢١٠ ، ١٩٣ ،



١٩٦ ، ١٨٠ والمطلوب اختبار فرض أن $\mu = 200$ إذا علمت أن ت

الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ درجات حرية ٩ تساوي ٢,٨٢ .

الحل

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{1948}{10} = 194,8$$

$$E = \sqrt{\frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1553,6}{9}} = 13,4$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\left(\frac{E}{\sqrt{n}} \right)} = \frac{194,8 - 200}{\left(\frac{13,4}{\sqrt{10}} \right)} = -1,25$$

∴ ت الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ درجات حرية ٩ = ٢,٨٢ .

∴ ت المحسوبة > ت الجدولية بدرجة ثقة ٩٥ % .

∴ الفرق غير معنوي وأن $\mu = 200$ أي أن ماء الشاطئ آمن

مثال ٥

تعاقد أحد موردي الدواجن مع أحد الفنادق على توفير كمية من

الدجاج بحيث يكون وزن الدجاجة في المتوسط (μ) = ١ كجم ، وعند



التسليم قام مسئول الاستلام بالفندق بسحب عينة حجمها ١٦ دجاجة وتبين
أن $\bar{X} = ٠,٨$ كجم ، $\sigma = ٢,٠٦$ جم فرفض الاستلام ، فهل هناك
مبرر لهذا الرفض علما بأن ت الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥
درجات حرية ١٥ = ٢,١٣١ .

الحل

$$\therefore \text{ت} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{٠,٨ - ١}{\frac{٢,٠٦}{\sqrt{١٦}}} = -١,٥٥$$

، \therefore ت الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ درجات حرية ١٥ = ٢,١٣١

، \therefore ت المحسوبة > ت الجدولية ، وعليه فالفرق غير معنوى

، $\therefore \mu = ١$ كجم ولا يوجد مبرر للرفض وذلك بدرجة ثقة ٩٥ % .

مثال ٦

إذا كان متوسط الإقامة في فنادق ج.م.ع هو ١٠٣ دولار فى

اليوم بانحراف معياري ٦ دولار ، وبيحث تكلفة الإقامة فى عدد ٣٦ فندق

بمحافظة القاهرة تبين أن متوسط تكلفة الإقامة بها فى اليوم هو ١٢٤



دولار والمطلوب : هل يمكنك القول أن تكلفة الإقامة في فنادق محافظة القاهرة تختلف اختلافا معنويا عن تكلفة الإقامة في الفنادق على مستوى الجمهورية .

الحل

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{103 - 124}{\frac{6}{\sqrt{36}}} = -3.5$$

∴ Z الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٠٣ (درجة ثقة ٩٩,٧%) تساوى ٣

∴ Z المحسوبة < Z الجدولية ، وعليه فالفرق معنوي .

∴ يمكن القول أن تكلفة الإقامة في فنادق محافظة القاهرة تختلف اختلافا

معنويا عن متوسط تكلفة الإقامة في الجمهورية بدرجة ثقة ٩٩,٧% .

مثال ٧

ماكينة مصممه لإنتاج نوع من المخبوزات متوسط قطره ٥,٧٤ سم

وانحراف معياري ٠,٠٨ سم ، قامت إحدى الفنادق بشراء هذه الماكينة



والمطلوب :

١- صمم قاعدة لاتخاذ القرار تمكّنك من التأكد بشكل معقول من أن

مواصفات منتجات الماكينة تتفق مع المواصفات المطلوبة .

٢- وضح كيف يمكنك تمثيل قاعدة اتخاذ القرار بيانيا (خريطة المراقبة)

الحل

-١

أولا : نقوم بأخذ عينة حجمها ٦ مفردات من ناتج مخبوزات الماكينة

وتكرر الأخذ عدة مرات كل ساعتين مثلا ، ثم تحسب متوسط القطر في

العينة كل مرة .

ثانيا : تتبع الإجراء الإحصائي التالي :

$$\therefore \mu = \bar{S} \pm 3\sigma \quad \text{بدرجة ثقة } 99,7\%$$

$$\therefore \mu = \bar{S} \pm 3 \times \frac{0,08}{\sqrt{6}}$$

$$\therefore \bar{S} = 0,74 \pm 0,1$$

$$\therefore \bar{S} \text{ تتراوح بين } 0,64 , 0,84$$

ثالثا : قاعدة اتخاذ القرار :

أ - إذا كان متوسط القطر فى العينة يقع داخل المدى

(٥,٦٤ ، ٥,٨٤) فإن الماكينة تعمل حسب المواصفات .

ب- أما إذا كان متوسط القطر يقع خارج المدى (٥,٦٤ ، ٥,٨٤)

فإن الماكينة لا تعمل حسب المواصفات ويتطلب الأمر البحث

عن الأسباب .

المتوسطات

٢- خريطة المراقبة :

(μ ، \bar{x})



* المحور الأفقى للأيام ، والمحور الرأسى للمتوسط



* يتم توقيع كل متوسط للعينه المأخوذة بنقطة كما موضح بالرسم

* وأنه مادامت النقط تقع بين الحدين ٥,٦٤ سم ، ٥,٨٤ سم فإن الماكينة تحت المراقبة ، أما إذا وقعت النقطة خارج حدود المراقبة مثل العينه الخامسة يوم الأحد ، والعيه الأولى يوم الاثنين فإن هناك خطأ ويتطلب الأمر استقصاء أسبابه .

* حدود المراقبة في هذا المثال كانت ٩٩,٧% (ثلاث أخطاء معيارية) ، ألا أن حدود المراقبة ممكن أن تكون ٩٩% (٢,٥٧ خطأ معياري) أو ٩٥% (١,٩٦ خطأ معياري) .

ثانيا : اختبار متوسطي عينتين :

يجرى هذا الاختبار لمعرفة تبعية العينتين (المجموعتين) لمجتمع واحد أو المجتمعين مختلفين وذلك باختبار الفرق بين متوسطي العينتين ، ويجرى الاختبار باستخدام المعادلة :

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$



حيث σ^2 - هو الخطأ المعياري للفرق بين متوسطي العينتين أو

$$\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \quad \text{المجموعتين ويساوي}$$

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \text{أو } t$$

حيث $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$ هو الخطأ المعياري للفرق بين متوسطي العينتين

$$\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \quad \text{أو المجموعتين في حالة عدم معلومية } \sigma_1^2, \sigma_2^2 \text{ ويساوي}$$

وذلك بشرط أن حجم العينة > 30 .

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = t \quad \text{بدرجات حرية } (n_1 + n_2 - 2)$$

وذلك إذا كان حجم العينة > 30 ، وحيث :

$$\bar{x} = \frac{n_1(1 - \bar{x}_1) + n_2(1 - \bar{x}_2)}{n_1 + n_2 - 2} \quad \text{ويسمى بالتباين التجميعي للعينتين}$$

أمثله

مثال ١ :

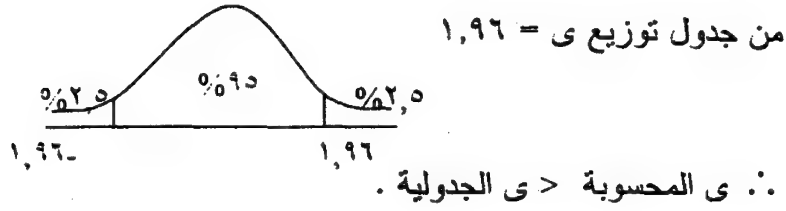
أراد مندوب المشتريات بأحد الفساق أن يشتري نوعين من المصابيح الكهربائية أ ، ب ، فقام بسحب عينة من كل نوع بحجم ١٠٠ لمبة ، وتبين أن متوسط عمر اللبة حتى الاحتراق من النوع أ أي $\bar{x}_1 = 1160$ ساعة ، ومن النوع ب أي $\bar{x}_2 = 1140$ ساعة ، فإذا كان معلوماً أن σ_1^2 أن للنوع أ (المجتمع الأول) $\sigma_1^2 = 8100$ ساعة ، $\sigma_2^2 = 6400$ ساعة .

والمطلوب : هل هناك شك في أن النوعين لا يختلفان وذلك عند مستوي معنوية ٥ % ؟

الحل

$$t = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{1140 - 1160}{\sqrt{\frac{6400}{100} + \frac{8100}{100}}} = \frac{-20}{\sqrt{140}} = -1.67$$

، \therefore ي الجدولية عند مستوى معنوية ٥% هي من منحنى توزيع ي أو



٢. الفرق بين المتوسطين فرق غير معنوى أى فرق غير حقيقي .

العينتين متشابهتين أى نوعى اللمبات لا يختلفان وهذا القرار بدرجة ثقة ٩٥% أى بدرجة مخاطرة ٥% .

مثال ٢ :

لقياس القدرة اللغوية لدى طلبة السياحة والفنادق وطلبة اللغات ،

أجرى اختبار على عينتين من هذين المجتمعين ، وكانت نتيجة الاختبار

كما يلى :

طلبة السياحة والفنادق طلبة اللغات

١٧٥

١١٥

حجم العينة (ن)

٢١

١٩,٥

متوسط درجة التحصيل فى العينة (\bar{x})

٥

٦

الانحراف المعياري فى العينة (ع)



والمطلوب : هل يمكنك الاستدلال (الاسترشاد) من هذه البيانات على أن هناك فرق حقيقي في القدرة اللغوية بين مجتمعي الطنبية محل الدراسة .

الحل

$$t = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \text{ (متغير فرق) }$$

$$2,21 = \frac{1,5}{0,678} = \frac{21 - 19,5}{\sqrt{\frac{25}{175} + \frac{36}{115}}}$$

∴ t الجدولية عند مستوى معنوية ٥% هي من منحنى توزيع t أو

من جدول t = ١,٩٦ .

∴ t المحسوبة < t الجدولية .

∴ يوجد اختلاف أي هناك فرق حقيقي بين المجتمعين في القدرة اللغوية

وهذا القرار صحيح بدرجة ٩٥% أي باحتمال خطأ ٥% .

ملحوظة :

يبدو بمجرد النظر أن الفرق ١,٥ درجة تحصيل بين متوسطي



العينتين هو فرق طفيف ، إلا أنه بتحويله إلى فرق معياري ومقارنته بالتوزيع المعتدل المعياري يعنى أنه فرق حقيقي بين المجتمعين .

مثال ٣ :

أجرى اختبار للذكاء على عينتين ، الأولى من طلبة السياحة بعدد ١٦ طالب ، الثانية من طلبة الفنادق بعدد ١٤ طالب ، وكانت النتائج كما يلي :

العينة الأولى : $n_1 = 16$ ، $\bar{X}_1 = 107$ ، $s_1^2 = 10$

العينة الثانية : $n_2 = 14$ ، $\bar{X}_2 = 112$ ، $s_2^2 = 8$

والمطلوب : اختبر عند مستوى معنوية $\alpha = 0.05$ عما إذا كان يوجد فرق حقيقي بين مستوي الذكاء للمجتمعين محل الدراسة .

وذلك بفرض أن التوزيعين معتدلين ، وأن σ^2 واحدة في المجتمعين .

الحل

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = 0.74$$

طبقاً للفروض الموضوعة



$$\frac{r^2 E (1 - r^2 N) + r^2 E (1 - r^2 N)}{2 - r^2 N + r^2 N} = r^2 E$$

$$83,285 = \frac{64 \times 13 + 100 \times 15}{28} =$$

$$9,13 = E$$

$$1,496 = \frac{112 - 107}{\frac{1}{14} \quad \frac{1}{16} \quad \bigg/ \quad 9,13} = T$$

∴ ت الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ درجات حرية ٢٨ من جدول

$$T = 2,048$$

∴ ت المحسوبة > ت الجدولية

∴ الفرق غير معنوي أي غير حقيقي بين العينتين أي أن مستوى الذكاء

واحد بين مجتمعي الطلبة محل الدراسة وهذا القرار صحيح بدرجة

٩٥% ، أي باحتمال خطأ ٥% .

مثال ٤ :

لمقارنة إنفاق مجموعتين من السائحين ثم أخذ عينه عشوائية

حجمها ١٠ مفردات من كل مجموعة و كان إنفاق كل سائح في



المجموعتين كما يلي :

٥٥	٤٤	٦٠	٥٢	٤٤	٥٢	٤٨	٤٤	٣٨	٤٧	اتفاق سائح المجموعة الاولى (س١)
٤٠	٥٠	٥٦	٣٦	٢٧	٤٠	٣٣	٣٢	٣٩	٤٠	اتفاق سائح المجموعة الثانية (س٢)

والمطلوب : اختبر أن $\mu_2 = \mu_1$

الحل

(١) الجدول الإحصائي اللازم :

س١	س٢	س١	س٢
٤٧	٢٢٠.٩	٤٠	١٦٠.٠
٣٨	١٤٤.٤	٣٩	١٥٢.١
٤٤	١٩٣.٦	٣٢	١٠٢.٤
٤٨	٢٣٠.٤	٣٣	١٠٨.٩
٥٢	٢٧٠.٤	٤٠	١٦٠.٠
٤٤	١٩٣.٦	٢٧	٧٢.٦
٥٢	٢٧٠.٤	٣٦	١٢٩.٦
٦٠	٣٦٠.٠	٥٦	٣١٣.٦
٤٤	١٩٣.٦	٥٠	٢٥٠.٠
٥٥	٣٠٢.٥	٤٠	١٦٠.٠
٤٨٤	٢٣٧٩.٨	٣٩٣	١٦٠.٩٥



$$\text{س}_1 = \frac{\text{م.س}_1}{\text{ن}_1} = \frac{484}{10} = 48,4 \text{ دولار}$$

$$\text{س}_2 = \frac{\text{م.س}_2}{\text{ن}_2} = \frac{393}{10} = 39,3 \text{ دولار}$$

$$\text{ع}_1^2 = \frac{\text{م.س}_1^2}{\text{ن}_1^2} - \left(\frac{\text{م.س}_1}{\text{ن}_1} \right)^2$$

$$= \frac{23798}{10} - \left(\frac{484}{10} \right)^2$$

$$= 2379,8 - 2342,06 = 37,24$$

$$\text{ع}_2^2 = \frac{\text{م.س}_2^2}{\text{ن}_2^2} - \left(\frac{\text{م.س}_2}{\text{ن}_2} \right)^2$$

$$= \frac{16093}{10} - \left(\frac{393}{10} \right)^2$$

$$= 1609,3 - 1544,49 = 64,81$$

$$(2) \therefore \text{ع}^2_{\text{تجميعي}} = \frac{\text{ع}_1^2 (1 - \text{ن}_1) + \text{ع}_2^2 (1 - \text{ن}_2)}{2 - \text{ن}_1 + \text{ن}_2}$$

$$= \frac{64,81 \times 9 + 37,24 \times 9}{18} = 51,25$$

$$\therefore \text{ع}^2_{\text{تجميعي}} = \sqrt{51,25} = 7,159$$



$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad \text{ع نقيض}$$

$$2.843 = \frac{9.9}{3.2} = \frac{39.3 - 48.4}{\sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}} \sqrt{7.159}$$

- ٤) ت الجدولية عن مستوى معنوية ٠,٠٥ درجات حرية ١٨ = ٢,١٠١
- ٥) ت المحسوبة < ت الجدولية ، وعليه فالفرق معنوي .

∴ $\mu_1 \neq \mu_2$ أي يوجد فرق حقيقي بين متوسط إنفاق المجموعتين

وإذا كانت العينتين غير مستقلتين (يتبعان مفردة واحدة) :

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}{\frac{s_1^2}{n_1} \times \frac{s_2^2}{n_2}}}}$$

ويستخدم في حالة عدم توافر قراءات مفردات العينتين وإنما يتوفر عنهما

$$\bar{X}_1, \bar{X}_2, s_1^2, s_2^2$$

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$



حيث : ف : هي الفرق بين كل زوج من القرارات لكل مفردة .

س : هي متوسط الفرق وتساوى $\frac{\sum f}{n}$

ع : هي تباين الفرق .

ويستخدم هذا الاختبار في حالة توافر البيانات الأصلية لزوج كل مفردة

ويسمى هذا الاختبار باختبارات لمقارنة الأزواج .

مثال ١

عند دراسة تأثير دواء معين على ضغط الدم المرتفع تم أخذ عينة

من ١٠ أشخاص مصابون بهذا المرض ، وتم قراءة ضغط الدم لكل منهم

قبل وبعد تعاطي الدواء محل الدراسة وكانت النتائج كالتالي :

المفردات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
قبل تعاطي الدواء	١٧٠	١٨٠	١٦٠	١٧٥	١٥٠	١٨٠	١٨٥	١٩٠	١٩٥	٢٠٠
بعد تعاطي الدواء	١٦٠	١٦٠	١٥٥	١٧٠	١٤٠	١٦٥	١٧٠	١٧٥	١٨٠	١٨٠

والمطلوب : اختبر هل للدواء تأثير أم لا .



الحل

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

المفردات	قبل	بعد	الفرق (ف)	ف ^٢
١	١٧٠	١٦٠	١٠	١٠٠
٢	١٨٠	١٦٠	٢٠	٤٠٠
٣	١٦٠	١٥٥	٥	٢٥
٤	١٧٥	١٧٠	٥	٢٥
٥	١٥٠	١٤٠	١٠	١٠٠
٦	١٨٠	١٦٥	١٥	٢٢٥
٧	١٨٥	١٧٠	١٥	٢٢٥
٨	١٩٠	١٧٥	١٥	٢٢٥
٩	١٩٥	١٨٠	١٥	٢٢٥
١٠	٢٠٠	١٨٠	٢٠	٤٠٠
المجموع			١٣٠	١٩٥٠

$$\therefore \bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{\sum f}{n} = \frac{130}{10} = 13$$

$$\therefore s^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right) = \frac{1}{10-1} \left(1950 - \frac{(130)^2}{10} \right)$$

$$\therefore s^2 = \frac{1}{9} \left(1950 - \frac{(130)^2}{10} \right) = 28.9$$

$$\therefore s = \sqrt{s^2} = \sqrt{28.9} = 5.4$$



، : ت الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية ٩=٢,٢٦٢.
 : ت المحسوبة < ت الجدولية : الفرق معنوي
 التفسير : أن للدواء تأثير على هذا المرض .

مثال ٢

الجدول التالي يوضح السياحة الوافدة من الدول العربية في عامي ١٩٩٤ ، ١٩٩٥ .

عدد السائحين عام ١٩٩٤ س٢	عدد السائحين عام ١٩٩٥ س١	الدولة
١٩٨٤	٢٠١١	الجزائر
١٨٨٠	١٧٨٥	البحرين
٣٨٦	٥١٢	العراق
٩٧٨٣	١١٣٨٧	الأردن
١٣٨٢٢	١٢٤١٢	الكويت
٣٩٣٨	٤٤٦٩	لبنان
٣٢٥٦٦	٣٤٤٢٩	ليبيا
٥٨٨٢	٦٣٨٧	المغرب
٩١٤	١٠٦٤	عمان
١٩٢٩٩	١٢٧٥٦	فلسطين
١٧٠٦	١٧٣٣	قطر
٣٧٨١٩	٤٠٩٥٣	السعودية
١٦٠٥٨	١٢٠٧١	السودان
١٤٧٧٤	١٦٧٨٠	سوريا
٣٥١٨	٥٠٩٢	تونس
٢٢٩٦	٢٨٩٦	الإمارات

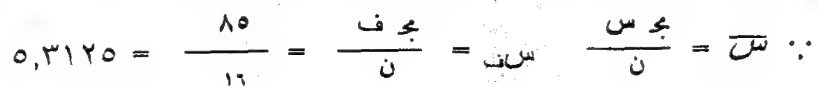
والمطلوب : اختبر هل يوجد فرق بين الحركة السياحية هذه لعامي ١٩٩٤ ، ١٩٩٥ .



الحل

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

المفردات	١٩٩٥	١٩٩٤	الفرق (ف)	ف ^٢
الجزائر	٢٠١١	١٩٨٤	٢٧	٧٢٩
البحرين	١٧٥٨	١٨٨٠	-١٢٢	١٤٨٨٤
العراق	٥١٢	٣٨٦	١٢٦	١٥٨٧٦
الأردن	١١٣٨٧	٩٧٨٣	١٦٠٤	
الكويت	١٢٤١٢	١٣٨٢٢	-١٤١٠	
لبنان	٤٤٦٩	٣٩٣٨	٥٣١	
ليبيا	٣٤٤٢٩	٣٢٥٦٦	١٨٦٣	
المغرب	٦٣٨٧	٥٨٨٢	٥٠٥	
عمان	١٠٦٤	٩١٤	١٥٠	
فلسطين	١٢٧٥٦	١٩٢٩٩	-٦٥٤٣	
قطر	١٧٣٣	١٧٠٦	٢٧	
السعودية	٤٠٩٥٣	٣٧٨١٩	٣١٣٤	
السودان	١٢٠٧١	١٦٠٥٨	-٣٩٨٧	
سوريا	١٦٧٨٠	١٤٧٧٤	٢٠٠٦	٤٠٢٤٠٣٦
تونس	٥٠٩٢	٣٥١٨	١٥٧٤	٢٤٧٧٤٧٦
الإمارات	٢٨٩٦	٢٢٩٦	٦٠٠	٣٦٠٠٠٠
المجموع	١٦٦٧١٠	١٦٦٦٢٥	٨٥	٨٤٠١٣٨٩٥



$$\left(\frac{{}^2(\text{مف})}{n} - {}^2\text{مف} \right) \frac{1}{1-n} = \text{ع}^2$$

$$07.197,229 =$$

، t الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية ١٥ = ٢,٣١

١٠. ت المحسوبة > ت الجدولية وعليه فافرق غير معنوي .

١٠. نقبل الفرق وهو لا يوجد فرق في الحركة السياحية بين عامي

. 1990, 1993



مثال ٣

الجدول التالي يبين عدد الليالي السياحية بالدرجات الفندقية خلال شهري يناير ويونيو عام ١٩٩٢ ، والمطلوب مقارنة الإقامة في الدرجات الفندقية خلال الشهرين .

الدرجة الفندقية	٥ نجوم	٤ نجوم	٣ نجوم	٢ نجمة	نجمة	تحت التقييم
يناير	٤٢٥	١٨٧	٢٣٦	٩٩	٤٨	٣٤٩
يونيو	٣٦٦	١٥٥	٢٠٨	٧٥	٣٦	٣٤٣

الحل

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

الدرجة الفندقية	يونيو	يناير	الفرق (ف)	ف ^٢
٥ نجوم	٣٦٦	٤٢٥	-٥٩	٣٤٨١
٤ نجوم	١٥٥	١٨٧	-٣٢	١٠٢٤
٣ نجوم	٢٠٨	٢٣٦	-٢٨	٦٨٤
٢ نجمة	٧٥	٩٩	-٤٢	٥٧٦
نجمة	٣٦	٤٨	-١٢	١٤٤
تحت التقييم	٣٤٣	٣٤٩	-٦	٣٦
المجموع	١١٨٣	١٣٧١	١٨٨	٨٢٨٦



$$\therefore \overline{S}_f = \frac{\text{مجموع } f}{n} = \frac{80}{16} = 5,0$$

$$\therefore \overline{E}_f = \frac{1}{n-1} \left(\sum f^2 - \frac{(\sum f)^2}{n} \right)$$

$$= \frac{1}{15} \left(8286 - \frac{(188)^2}{16} \right)$$

$$= 479,0666$$

$$\therefore t = \frac{\overline{S}_f}{\sqrt{\frac{\overline{E}_f}{n}}} = \frac{5,0}{\sqrt{\frac{479,0666}{16}}} = \frac{5,0}{\sqrt{29,9416625}} = 0,91$$

∴ ت الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ درجات حرية تساوى ٢,٥٧١

∴ ت المحسوبة < ت الجدولية وعليه فالفرق معنوي .

∴ لا تقبل فرض العدم وتقبل الفرض البديل وهو وجود فرق حقيقي

بين مدة الإقامة في الشهرين وذلك بدرجة ثقة ٩٥ % .



ثالثا : اختبار عدة متوسطات عينات : (تحليل التباين)

تمهيد :

من المعلوم أن اختبار Z يقتصر على مقارنة المجموعتين اللتين يكون كلا من σ ، μ لمجموعتيها معلومتين لدى الباحث وهو الأمر الذي لا يتوافر في جميع الأحوال . كما أن اختبار T لا يكون عمليا في المقارنة بين عدة مجموعات حيث لابد من حساب عدة قيم لـ T حتى يمكن مقارنة اثنتين كل مره وهو أمر غير عملي ، فمثلا إذا كنا نريد مقارنة ٣ مجموعات أي ٣ متوسطات مجموعات باستخدام اختبار T فإننا سنجرى ٣ مقارنات ، وإذا كنا أملم ٥ مجموعات فسنجرى ١٠ مقارنات ($10 = 2 \times 5$) ، وإذا كنا أمام ١٠ مجموعات فسنجرى ٤٥ مقارنة ($45 = 2 \times 10$) ويعتبر هذا الأمر مجهد جدا . وأنه للتغلب على هذه الصعوبات تمكن العالم فيشر عام ١٩٢٥ من إيجاد طريقة إحصائية تمكن من إجراءات المقارنة بين عدة متوسطات في آن واحد تعرف بطريقة تحليل التباين *Analgsis of Variance* واختصار *ANOVA* ثم إجراء اختبار المعنوية لنتائج



التحليل باستخدام المختبر الإحصائي F نسبة إلى العالم فيشر ، ويجرى التحليل والاختبار كما في المثال الإيضاحي التالي :

لإجراء المقارنة بين طلاب أقسام السياحة والارشاد والفنادق فى امتحان اللغة الانجليزية ثم أخذ عينة عشوائية من كل قسم حجمها ٥ أفراد وكانت درجاتهم كالتالى :

طلبة السياحة	طلبة الفنادق	طلبة الارشاد
١	٦	٣
٢	١٢	٧
٦	١٤	٧
٤	٨	٦
٧	٥	٢

خطوات تحليل التباين واستخدام اختبار ف لإجراء المقارنة :

(١) حساب التباين الكلى باعتبار جميع مفردات المجموعات كمجموعة واحدة :

$$ع^٢ = \frac{\sum (س - \bar{س})^2}{١ - ن}$$

$$ع^٢ للمثال = \frac{١٤٨}{١٤} \quad (١)$$

(١) $\bar{س}$ للسياحة = ٤ ، $\bar{س}$ للفنادق = ٩ ، $\bar{س}$ للارشاد = ٥ ، $\bar{س} = ٦$



٢) تحليل التباين الكلي إلى مكوناته :

أ- التباين داخل المجموعات :

- وهو مجموع التباين داخل المجموعات على أساس أن تباين كل
- مجموعة هو متوسط مجموع مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي .

$$\therefore \text{التباين داخل المجموعات} = ع^1 + ع^2 + ع^3$$

$$\text{وللمثال} \quad \frac{78}{12} = \frac{22}{4} + \frac{30}{4} + \frac{26}{4} =$$

ب- التباين بين المجموعات :

- وهو متوسط مجموع مربعات انحرافات متوسطات المجموعات
- عن متوسطهم الحسابي أي $\frac{\sum (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{n - 1}$ مرجحاً بالأوزان
- أي بعدد مفردات كل مجموعة .

$$\therefore \text{ع}^2 \text{ بين المجموعات للمثال} = \frac{5(6-5)^2 + 5(6-9)^2 + 5(6-4)^2}{1-3}$$



$$\frac{70}{2} =$$

ويتضح أن مجموع التباينين داخل المجموعات وبين المجموعات يساوي

$$\frac{148}{14} = \frac{70}{2} + \frac{78}{12} \quad \text{التباين الكلي أي مع ملاحظة أن الجمع}$$

هنا جمع إحصائي وليس جمع حسابي .

$$\frac{\text{التباين بين المجموعات}}{\text{التباين داخل المجموعات}} = \text{ف (3)}$$

$$0,4 = \frac{30}{7,5} =$$

٤) نقارن ف المحسوبة بـ ف الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ .

و درجات حرية (٢ ، ١٢) والتي تساوي ٣,٩ من جدول توزيع ف^(١).

∴ ف المحسوبة < ف الجدولية وعليه فالفرق معنوي .

∴ يوجد فرق حقيقي بين المجموعات الثلاثة أي أنهم ليسوا في مستوى

واحد وهذا القرار بدرجة ثقة ٩٥% .

ويمكن صياغة خطوات الحل السابقة في جدول يسمى بجدول تحليل

^(١) سيرد تباعا شرح جدول توزيع ف .



التباين كما يلي : Analgsis of Variance :

مصدر التباين S . V	درجات الحرية D . F	مجموع مربعات الانحرافات SS	متوسط مجموع مربعات الانحرافات MS	F
بين المجموعات BSS	٢	٧٠	٣٥	
داخل المجموعات WSS	١٢	٧٨	٦,٥	$F_{٥,١٢} = \frac{٣٥}{٦,٥}$
الكلية TSS	١٤	١٤٨		

Source of Variation S . V

Between Sums of Squars BSS

Withen " " " WSS

Degree of friadiam D.F

SS

مثال ٢

في تجربة ما تم المقارنة بين ٣ عينات بكل عينة ٥ مشاهدات ،

والمطلوب عمل جدول تحليل التباين إذا علمت أن مجموع المربعات

الكلية ٢٠٠ ، وأن التباين داخل المجموعات (الخطأ التجريبي) هو ١٠ ،

وأن F الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية (١٢ ، ٢)

هو ٣,٩ .



الحل

∴ عدد العينات ٣ وحجم كل عينة ٥

∴ العدد الكلي للمفردات = ١٥ مفردة

∴ درجات الحرية الكلية = ن - ١ = ١٥ - ١ = ١٤

∴ عدد العينات ٣ ،

∴ درجات الحرية بين المجموعات = ن - ١ = ٣ - ١ = ٢

جدول تحليل التباين :

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع مربعات الانحرافات	متوسط مربعات الانحرافات	F
بين المجموعات	٢	٨٠	٤٠	$F = \frac{٤٠}{١٠}$
داخل المجموعات	١٢	١٢٠	١٠	
الكلي	١٤	٢٠٠		

∴ ف المحسوبة < ف الجدولية .

∴ الفروق بين المجموعات الثلاثة فروق معنوية (حقيقية) .



ونستنتج من ذلك أن المجموعات الثلاثة مختلفة عن بعضها وأن
هذا القرار بدرجة ثقة ٩٥% .

مثال ٣

لمقارنة الأجر الشهري للعمال في ٣ شركات سياحية تم أخذ عينة من
عمال كل شركة وكانت أجورهم كما في الجدول التالي :

المعاملات (الأجور)	الشركة الأولى	الشركة الثانية	الشركة الثالثة
المشاهدات (العمال)			
العامل رقم ١	٧٨	٨٦	٨٦
العامل رقم ٢	٨٠	٩٠	٨٤
العامل رقم ٣	٨٦	٩٤	٨٢
العامل رقم ٤	٨٤		

والمطلوب : اختبر وجود فرق بين أجر العمال في الشركات الثلاثة

الحل

يتم هذا الاختبار باستخدام أسلوب تحليل التباين كما يلي :

(١) حساب المتوسط لكل مجموعة :



$$\bar{x} = \frac{84+86+80+78}{4} = \text{متوسط المجموعة الأولى}$$

$$\bar{x} = \frac{94+90+86}{3} = \text{متوسط المجموعة الثانية}$$

$$\bar{x} = \frac{82+84+86}{3} = \text{متوسط المجموعة الثالثة}$$

(٢) حساب المتوسط العام:

$$\bar{x} = \frac{82+84+86+94+90+86+84+86+80+78}{10} = \bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{3 \times 84 + 3 \times 90 + 4 \times 78}{3 + 3 + 4} = \bar{x} \text{ أو } \bar{x}$$

(٣) حساب التباين داخل كل مجموعة :

$$\frac{40}{3} = \frac{{}^2(82-84) + {}^2(82-86) + {}^2(82-80) + {}^2(82-78)}{3} = \text{ع}^2 \text{ للمجموعة الأولى}$$

$$\frac{32}{2} = \frac{{}^2(90-94) + {}^2(90-90) + {}^2(90-86)}{2} = \text{ع}^2 \text{ للمجموعة الثانية}$$

$$\frac{8}{7} = \frac{{}^2(84-82) + {}^2(84-84) + {}^2(84-86)}{7} = \text{ع}^2 \text{ للمجموعة الثالثة}$$

$$\frac{80}{7} = \frac{8}{2} + \frac{32}{2} + \frac{40}{3} = \text{التباين التجميعي للتباينات داخل المجموعات}$$

مع ملاحظة أن الجمع هنا جمع إحصائي وليس جمع حسابي .



٤) التباين بين المجموعات :

ع' بين المتوسطات والمتوسط العام =

$$\frac{114}{2} = \frac{2(85-84)^2 + 3(25-90)^2 + 4(85-82)^2}{2} =$$

٥) التباين الكلي :

$$\frac{(س - \bar{س})^2}{1 - 5} = ع''$$

$$\left[2(85-84)^2 + 3(85-86)^2 + 4(85-80)^2 + 4(85-78)^2 \right] \frac{1}{9} = ع'$$

$$2(85-86)^2 + 3(85-94)^2 + 4(85-90)^2 + 4(85-86)^2 +$$

$$\left[2(85-82)^2 + 4(85-84)^2 + \right.$$

$$\frac{1}{9} = (194)$$

$$\frac{194}{9} =$$



ويلاحظ أن :

التباين الكلي = التباين داخل المجموعات + التباين بين المجموعات

$$\frac{114}{7} + \frac{80}{2} = \frac{194}{9}$$

ANOVA (٦) جدول تحليل التباين :

مصدر البيانات	درجات الحرية	مجموع مربعات	متوسط مجموع مربعات	F
بين المجموعات	٢	١١٤	٥٧	
داخل المجموعات	٧	٨٠	١١,٤	
الكلي	٩	١٩٤		

(٧) F الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ درجات حرية (٢ ، ٧)

هي ٤,٧٤ .

$\therefore F$ المحسوبة $< F$ الجدولية وعليه فالفرق معنوي .

\therefore نرفض فرض العدم وهو أن $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ ونقبل الفرض

* هو التباين داخل المجموعات ويسمى بالخطأ التجريبي .



البديل وهو أن $\mu_3 \neq \mu_2 \neq \mu_1$ ، أي يوجد فرق بين البيانات المعطاة ،
أي يوجد فرق بين الأجور في الشركات الثلاثة .

مثال ٤

- لمقارنة الانفاق السياحي في مصر وفقا للأسواق السياحية
- المصدرة للسياحة في العالم تم اختبار ٤ سائحين اختبرا عشوائيا من كل
من هذه الأسواق وكانت النتائج المتحصل عليها كالتالى :

المعاملات (انفاق السائح)				انفاق السائح فى اليوم			
المشاهدات (نوع السائح)				١	٢	٣	٤
أ	أوربا	٥٥	٤٥	٦٠	٥٠		
ب	أمريكا	٤٠	٤٥	٥٥	٣٥		
ج	آسيا	٤٥	٤٠	٣٥	٤٠		
د	افريقيا	٣٠	٤٠	٤٥	٤٥		
هـ	استراليا	٣٠	٣٥	٢٥	٤٠		

- المطلوب : اختبار هل يوجد فرق معنوي بين أنواع السائحين الخمسة فى
الإنفاق السياحي .



الحل

ملاحظات :

١- يلاحظ أننا أمام ٥ عينات بكل عينة ٤ مفردات ، ولإجراء المقارنة

يستلزم إجرائها بين عدة متوسطات عينات أي متوسطات العينات

الخمسـة وهنا يتم استخدام جدول تحليل التباين والمختبر الإحصائي F.

٢- أنه بدلا من استخدام طريقة الفروق كما في الأمثلة السابقة سيتم

استخدام القيم الأصلية مباشرة مع تطبيق القوانين المناسبة^(١) وهي :

$$(١) \text{ المجموع الكلي للمربعات SST} = \text{مجموع } s^2 - \frac{(\text{مجموع } t)^2}{r}$$

حيث : ت هي عدد المشاهدات ، ر هي عدد المعاملات

$$(٢) \text{ مجموع المربعات داخل المجموعات SSB} = \frac{\text{مجموع } (t)^2}{r} - \frac{(\text{مجموع } s)^2}{t}$$

$$(٣) \text{ مجموع المربعات بين المجموعات SSW} = \text{مجموع } s^2 - \frac{\text{مجموع } (t)^2}{r}$$

ونتابع حل المثال كما يلي :

• لكل من القوانين الثلاثة إثباتها الرياضي القائم على أن مجموع المربعات = مجموع (س - تس)^٢



أولاً : SST = $\frac{\sum (\text{مجموع})^2}{\text{ت}} - \sum \text{مجموع س}^2$

$$\left(\frac{٥٠ + ٠٠٠ + ٣٠}{٤ \times ٥} \right)^2 - (٢٥٠ + ٠٠٠ + ٣٠) =$$

$$\underline{١٥١٣,٧٥} = ٣٤٨٦١,٢٥ - ٣٦٣٧٥ =$$

$$\frac{\sum (\text{مجموع})^2}{\text{ت}} - \frac{\sum (\text{مجموع})^2}{\text{س}} = \text{SSB}$$

$$\left(\frac{(٤٠ + ٢٥ + ٣٥ + ٣٠) + ٠٠٠ + (٥٠ + ٦٠ + ٤٥ + ٥٥)}{٤} \right)^2 =$$

$$٣٤٨٦١,٢٥ -$$

$$٣٤٨٦١,٢٥ - \frac{١٤٢٨٢٥}{٤} =$$

$$\underline{٨٤٥} = ٣٤٨٦١,٢٥ - ٣٥٧٠٦,٢٥ =$$

$$\frac{\sum (\text{مجموع})^2}{\text{س}} - \sum \text{مجموع س}^2 = \text{SSW}$$

$$\underline{٦٦٨,٧٥} = ٣٥٧٠٦,٢٥ - ٣٦٣٧٥ =$$



ثانيا : جدول تحليل التباين :

مصدر البيانات	درجات الحرية	مجموع مربعات	متوسط مجموع مربعات	F
بين المجموعات	٤	٨٤٥	٢١١,٢٥	$\frac{211,25}{44,58} = 4,74$
داخل المجموعات	١٥	٦٦٨,٧٥	٤٤,٥٨	وتسمى F المحسوبة
الكل	١٩			

∴ F الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ درجات حرية (٤ ، ١٥) هي

٣,٠٦ .

∴ F المحسوبة < F الجدولية وعليه فالفرق معنوي .

∴ نرفض فرض عدم ونقبل الفرض البديل أي أن

$$\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \mu_4 \neq \mu_5$$

أي أن الاختلافات بين المتوسطات الخمسة أكبر من الاختلافات العشوائية

، أي أن الفرق حقيقي ولم ينتج عن الصدفة ، وهذا القرار على صواب

في ٩٥% من الحالات .

* هو التباين داخل المجموعات ويسمى بالخطأ التجريبي .



ثالثاً : مقارنة الأنواع ببعضها :

أن ما تم التوصل إليه من جدول تحليل التباين هو بيان بوجود

فرق معنوي بين الأنواع الخمسة ، لكن لم يتضح لنا هل الفروق بين كل

المتوسطات الخمسة ببعضها فروق معنوية أم أن بعض تلك الفروق

معنوي والبعض الآخر غير معنوي ، ولبيان ذلك يتم المقارنة بين كل

متوسطين أي مثلي مثلي واستخدام أسلوب أقل فرق معنوي L.S.D أي

Lest Significance Difference وهو :

L.S.D = ت الجدولية عند مستوى معنوية α ودرجات الحرية المقابلة

$$\text{للخطأ التجريبي} \times \sqrt{\frac{\text{خطأ التجريبي}}{r}}$$

$$\text{حيث : } \sqrt{\frac{\text{خطأ التجريبي (التباين داخل المجموعات)}}{r}} \text{ يشبه } \sqrt{\frac{\text{ع}^2}{n}} \text{ أو } \sqrt{\frac{\text{ع}}{n}}$$

وأنه في حالة اختلاف r من عينة لأخرى فإن $\sqrt{\frac{\text{خطأ التجريبي}}{r}}$

$$\text{يصبح } \sqrt{\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \text{ الخطأ التجريبي}}$$



ونعود لحل المثال

$$\frac{44,58 \times 2}{4} \sqrt{\times 2,131 = \text{L.S.D} \therefore}$$

حيث ت الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ درجات حرية ١٥

هي ٢,١٣١

$$= 4,72 \times 2,131 = 10,08 \text{ دولار}$$

، وبتوزيع المتوسطات الخمسة بطريقة تنازليا :

هـ	ء	جـ	ب	أ	التوسطات تنازليا
٣٢,٥	٤٠	٤٠	٤٣,٧٥	٥٢,٥	أ ٥٢,٥
٢٠	١٢,٥	١٢,٥	٨,٧٥	صفر	ب ٤٣,٧٥
١١,٢٥	٣,٧٥	٣,٧٥	صفر		جـ ٤٠,٠٠
٧,٥	صفر	صفر			ء ٤٠,٠٠
٧,١	صفر				هـ ٣٢,٥٠
صفر					

يتضح من العلامة * تعنى وجود فرق معنوي بين المتوسطين مثلا

(أ ، جـ) ، (ب ، هـ) وعلى ذلك فالإيضاح التالي يبين بسهولة

المتوسطات المتساوية



٣٢,٥

٤٠

٤٠

٤٣,٧٥

٥٢,٥

فالمتوسطات المتساوية هي التي تحتها خط فقط .

الفصل الثانى

اختبار التباينات (التجانس)

أولاً : اختبار تباينى مجموعتين (تجانس مجموعتين)

تهتم الاحصاء الوصفى بقياس تشتت البيانات وذلك لمعالجة ما قد تحدثه مقاييس النزعه المركزية من تضليل ، ويعد الانحراف المعياري هو اهم الطرق الاحصائية فى قياس ووصف تشتت البيانات . فإذا قام باحث بحساب الانحراف المعياري لدرجات امتحان مجموعتين من الطلاب فى مادة الاحصاء وتبين ان الانحراف المعياري للمجموعة الاولى يساوى ٥ درجات ، وللمجموعة الثانية ١٠ درجات ، فإن الباحث يدرك ان طلاب المجموعة الأولى متقاربين فى الدرجات التسمى حصلوا عليها ، أى ان التشتت فى درجاتهم متقارب أى ضيقاً أى متجانس ، ومن ثم فإن درجات المجموعة الثانية متباعدة أى واسعة أى غير متجانس .



وعلى ذلك فالباحث لا يستطيع أن يصل الى قرار فى شأن
تجانس مجموعة واحدة ما لم يتم بمقارنة تشتتها بتشتت مجموعة ثانية ،
أى يقارن بين الانحراف المعياري للمجموعة الاولى بالانحراف المعياري
للمجموعة الثانية ، وهنا قد يجب الباحث ان الانحراف المعياري
للمجموعتين متساويين أى لا فرق بينهما ولذلك يستنتج ان المجموعتين
متجانستين ، وقد يجد فرق بينهما والسؤال هل هذا الفرق فرق واضح له
معنى أم انه فرق ظاهري ناتج عن الخطأ العشوائي عند اختيار مجموعتي
البحث ، وهنا يتدخل الاحصاء التحليلي لمعرفة ما اذا كان هذا الفرق
معنوي ام غير معنوي ، والمختبر المعنى بالكشف عن معنوية هذا الفرق
هو اختبار النسبة الفائية أي ف أو F وهو عبارة عن المعادلة التالية :

$$F = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n-1}}{\frac{\sum_{j=1}^m y_j^2}{m-1}}$$

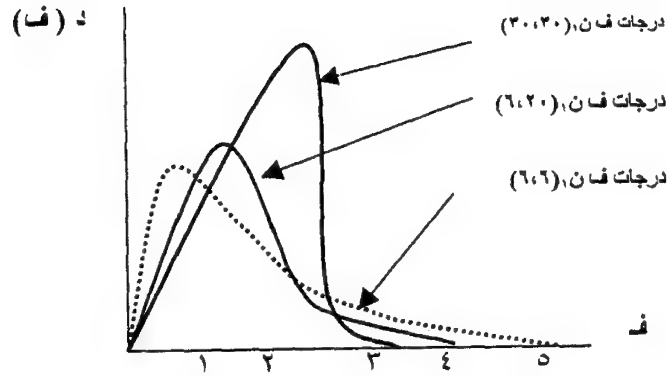
ف = $\frac{\sum x^2}{n-1}$ بدراجات حرارية (ن - ١) للبسط ، (ن - ١)

للمقام ، وعلى أساس ان البسط يكون للتباين الكبير والمقام للتباين
الصغير . وقد ثبت (العالم فيشر) ان استخدام النسبة الفائية للمقارنة بين
تباينى مجتمعين هو الأصح لعملية المقارنة من استخدام اختبار الفرق
بينهما . وتعتبر ف متغير عشوائي متصل تتراوح قيمته بين الصفر



والمالانهاية ولا يأخذ قيمة سالبة ذلك لانه عبارة عن نسبه بين تباينين

كما فى الشكل التالى :-



و كما فى كل التوزيعات المتصلة فإن توزيع ف يعبر عن المساحة تحت المنحنى ، ويلاحظ ان شكل هذا المنحنى يتأثر بحجم العينتين ، ويقوم هذا التوزيع على انه اذا تم اخذ كل العينات الممكنة ذات الحجم n_1 من مجتمع موزع توزيع طبيعى تباينه σ^2 ، ثم حسب تباين كل عينه من هذه العينات \bar{x}_1 بدرجات حريه $(n_1 - 1)$ ، ثم أخذت كل العينات الممكنة ذات الحجم n_2 من مجتمع موزع توزيع طبيعى تباينه σ^2 ، ثم حسب تباين كل عينه من هذه العينات \bar{x}_2 بدرجات حريه $(n_2 - 1)$ ، فإن التوزيع التكرارى لكل النسب الممكنة لتباينات عينات المجتمع الاول وتباينات عينات



المجتمع الثانى اى $\frac{ع^1}{ع^2}$ تتبع توزيع يسمى توزيع ف درجات حريه
للبيسط ودرجات حريه للمقام ، اى ان توزيع ف عبارة عن مجموعة من
المنحنيات التكرارية يتميز كل منها عن الاخر برقمين لدرجات الحريه
احدهما للبيسط والاخر للمقام .

ولتوزيع فى جداول خاصه تبين قيم ف عند درجات حريه مختلفة
لكلا من البيسط والمقام بحيث يمثل الصف الاول فى هذا الجدول درجات
الحريه للبيسط ، وبحيث يمثل العمود الاول درجات الحريه للمقام ، وذلك
عند مستوي معنوية ٥% او ١% وسيوضح ذلك عند تناول الامثلة التالية:

ثانيا : الامثلة :

مثال ١

إذا كان الانحراف المعياري لدرجات امتحان ٣١ طالب فى مادة
الاحصاء يساوى ٧ درجات ، ولعدد ٥١ طالب يساوى ٥ درجات
فالمطلوب :

١- احسب قيئه ف



٢- أوجد درجات الحرية

٣- أوجد قيمة ف الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ، ٠,٠١

٤- اختبر معنوية الفرق بين تباينى المجموعتين .

الحل

$$١- ف = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}} = \frac{١٢٤}{٢٤}$$

$$= \frac{٤٩}{٢٥} = ١,٩٦ \text{ وتسمى ف المحسوبة}$$

٢- درجات الحرية = (ن - ١) للتباين الكبير ، (ن - ١) للتباين الصغير

$$= (١ - ٣١) ، (١ - ٥١)$$

$$= ٣٠ ، ٥٠$$

٣- ف الجدوليه عند مستوى معنويه ٠,٠٥ ، بالكشف فى جدول توزيع

ف فى الصف الاول حيث درجات الحرية للتباين الكبير وفى العمود

الاول يسارا حيث درجات الحرية للتباين الصغير ثم بتلاقيهما نحصل

على النسبه الفائيه عند مستوى معنويه ٠,٠٥ وأسفلها عند مستوى



معنويه ٠,٠١ وعلى ذلك تكون ف الجدولية عند مستوى معنويه
 ٠,٠٥ ودرجات حرية ٣٠ ، ٥٠ هي ١,٦٧ ، وعند مستوى
 معنويه ٠,٠١ هي ٢,٠٦

- ٤- بمفارنه ف المحسوبه بالجدولية عند مستوى معنويه ٠,٠٥ ودرجات
 حريه (٣٠ ، ٥٠) نجد أن :

ف المحسوبه < ف الجدولية لذلك فالفرق معنوى ومن ثم فالمجموعتين
 غير متجانستين من حيث التشتت بدرجة ثقاه ٩٥%

مثال ٢

- البيانات التالية لفوجين من السياح وفقا لإنفاقهما على منتجات خان
 الخليلى بالدولار خلال أسبوع ، وكان الفوج الأول يتكون من ١٠ أفراد
 والفوج الثانى يتكون من ٨ أفراد :

٢١	١٧	٢٠	١٨	١٢	١٠	١٦	١٥	١٨	١٠	الفوج الاول س١
		٤٠	٢٨	٢٢	٣٠	٤٢	٣٥	٢٢	٢٥	الفوج الثانى س٢



والمطلوب :

اختبر صحة فرض الفوج أى $\sigma^2 = 10$

الحل

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

س ^١	س ^٢	س ^٢	س ^٢
١٠	١٠٠	٢٥	٦٢٥
١٨	٣٢٤	٢٢	٤٨٤
١٥	٢٢٥	٣٥	١٢٢٥
١٦	٢٥٦	٤٣	١١٥٦
١٠	١٠٠	٣٠	٩٠٠
١٢	١٤٤	٢٢	٤٨٤
١٨	٣٢٤	٢٨	٧٨٤
٢٠	٤٠٠	٤٠	١٦٠٠
١٧	١٨٩		
٢١	٤٤١		
مجموع = ١٥٧	مجموع = ٢٦٠٣	مجموع = ٢٣٦	مجموع = ٧٢٥٨

$$\sigma^2 = \frac{\sum (f \cdot x^2) - \frac{(\sum f \cdot x)^2}{n}}{n - 1} = \frac{7258 - \frac{(236)^2}{10}}{10 - 1} = 10.34$$



$$\chi^2_{\text{حس}} = \frac{\frac{\chi^2(236)}{1} - 26.3}{1} = \frac{\frac{\chi^2(1 \text{ حس})}{n} - \chi^2_{\text{حس}}}{1 - 0} = 42.29$$

$$F = \frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$$

$$F = \frac{42.29}{15.24} = 2.76 \text{ وهي } F \text{ المحسوبة}$$

∴ F الجدوليه عند مستوى معنويه ٠,٠١ ودرجات حريه ٧,٩

هي ٦,٧١ .

∴ F المحسوبه > F الجدوليه وعليه فالفرق غير معنوى

∴ يقبل فرض العدم أى أن $\sigma^2 = \sigma^2$ ومن ثم فالمجموعتين

متجانستين وهذا بدرجة ثقه ٩٩% .



ثانيا : اختبار تباينات عدة مجموعات (تجانس المجموعات) :

مثال

اختبر تجانس ٨ أفواج سياحية من أوروبا وفقا لانفاقهم اليومي (بالدولار)

بمدينة الاقصر علما بان تباينات كل من الافواج ودرجات الحريره هي :

الفوج	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
ع ^٢	٥,٢	٣٤,٢٢	٢٩,٩٣	٩,٨٢	١٩,٣	٢٠,٣٥	٢٣,٧١	١٠,١٦
درجات الحريره ح.د	٨	٨	٨	٨	٨	٨	٨	٨

الحل

الجدول الإحصائي اللازم :

ح.د	ع ^٢	(ح.د) ع ^٢	اللوغاريتم الطبيعي لـ ع ^٢ (ع ^٢ م)	(ح.د) ع ^٢ م
٨	٥,٢	٤١,٥٩	١,٦٤٨٧	١٣,١٨٩٦
٨	٣٤,٢٢	٢٧٣,٧٣	٣,٥٣٢٨	٢٨,٢٦٢٤
٨	٢٩,٩٣	٢٣٩,٤١	٣,٣٩٨٩	٢٧,١٩١٢
٨	٩,٨٢	٧٨,٥٧	٢,٢٨٤٤	١٨,٢٧٢٥
٨	١٩,٣	١٥٤,٤٢	٢,٩٦٠١	٢٣,٦٨٠٨
٨	٢٠,٣٥	١٦٢,٨١	٣,٠١٣١	٢٤,١٠٤٨
٨	٢٣,٧١	١٨٩,٧٠	٣,١٦٥٩	٢٥,٣٢٧٢
٨	١٠,١٦	٨١,٣٢	٢,٣١٨٤	١٨,٥٤٧٢
٦٤ = ج	ج = ١٥٢,٦٩	ج = ١٢٢١,٥٥	ج = ٢٢,٣٢٢٣	ج = ١٧٨,٥٧٨٤



$$\left(\text{ج.د.} - \left\{ \frac{\text{ج.د.} \times \text{ع.د.}}{\text{ج.د.}} \right\} - \text{ج.د.} \times \text{ع.د.} \right) \frac{1}{\text{د.ح. المعدلة}} = \text{كا}^2$$

عند درجات حريه ك - ١

$$\left\{ \frac{1}{\text{ج.د.}} - 1 \right\} \left\{ \frac{1}{(1-ك)^3} \right\} + 1 = \frac{1}{\text{د.ح. المعدلة}}$$

$$\therefore \frac{1}{\text{د.ح. المعدلة للمثال}} = \left\{ \frac{1}{(1-٨)^3} \right\} + 1 - \left\{ \frac{1}{٦٤} - 1 \right\}$$

$$= 1 + \frac{1}{٢١} \times ٩٨٤٣٧٥ =$$

$$= ١ + ٤٦٨٧٥ = ١,٠٤٦٩$$

$$\therefore \text{كا}^2 \text{ للمثال} = \frac{1}{1,٠٤٦٩} \times \left(١٧٨,٥٧٨٤ - \left\{ \frac{١٢٢١,٥٥}{٦٤} \right\} \times ٦٤ \right)$$

$$= \frac{1}{1,٠٤٦٩} \times (١٧٨,٥٧٨٤ - ٢,٩٤٨٩ \times ٦٤) =$$

= ٩,٧ وهي كا^٢ المحسوبة

، كا^2 الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حريه ٧

هي ١٤,٠٧ .



■

■

■

■

■

■



الفصل الثالث

اختبار النسب

تمهيد :

كثير ما يلجأ الباحثون إلي عمل استمارة استبيان للحصول على البيانات ، وقد يحتوى الاستبيان على أسئلة من النوع الثائى الاحتمال فى الإجابة أي بنعم أو لا ، ولتحليل تلك البيانات يقوم الباحث بالتعرف على نسبة الأفراد الذين أجابوا بنعم ونسبه الافراد الذين أجابوا لا ، لكن اذا كانت تلك البيانات لمجموعتين فان التحليل الاحصائى الاعمق من ذلك يتطلب مقارنه نسبة أفراد المجموعه الاولى الذين أجابوا نعم بنسبة افراد المجموعه الثانية الذين أجابوا بنعم ايضا ، ولما كان فى الغالب يوجد فوق حسابى بين النسبتين فان الباحث يريد ان يعرف معنوية هذا الفرق ، وهنا يتم استخدام المعادله :

$$U = \frac{q_1 - q_2}{\sqrt{(q_1 - 1)(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}}$$



حيث :

ق١ : النسبة في المجموعة الأولى

ق٢ : النسبة في المجموعة الثانية

ق : النسبة العامة للمجموعتين

ن١ : عدد أفراد المجموعة الأولى

ن٢ : عدد أفراد المجموعة الثانية

المقام : الخطأ المعياري للنسبتين

مثال

إذا كان أحد أسئلة الاستبيان الموجهة لطلبة الفنادق هي :

هل استفدت من التدريب بالفندق نعم () لا ()

فإذا كان عدد الطالبات ١٢٥ طالبه ، وعدد الطلاب ٨٤ طالبا ، وكان عدد

الطالبات الذين أجابوا نعم ٩٠ طالبه ، وعدد الطلاب الذين أجابوا نعم ٧٠



طالباء، فهل يوجد فرق معنوي بين نسبة المستفيدين من الطالبات ونسبة المستفيدين من الطلاب من التدريب بالفندق .

الحل

$$ق_١ = \frac{\text{عدد الطالبات الذين أجابوا نعم}}{\text{العدد نكلى للطالبات}}$$

$$.٧٢ = \frac{٩٠}{١٢٥} =$$

$$ق_٢ = \frac{\text{عدد الطلاب الذين أجابوا نعم}}{\text{العدد لكلى للطلاب}}$$

$$.٨٣ = \frac{٧٠}{٨٤} =$$

$$ق = \frac{٧٠ + ٩٠}{٨٤ + ١٢٥} = .٧٧$$

$$\therefore \text{ن} = \frac{ق_١ - ق_٢}{\sqrt{\left(\frac{1}{١٢٥} + \frac{1}{٨٤}\right) (ق_١ - ١)(ق_٢ - ١)}}$$

$$= \frac{.٨٣ - .٧٢}{\sqrt{\left(\frac{1}{٨٤} + \frac{1}{١٢٥}\right) (.٢٣ \times .٧٧)}}$$

$$= \frac{.١١}{.٠٠٣٥} = \frac{.١١}{.٠٠٥٩٥} = ١,٨٥ = \frac{.١١}{(.٠١٢ + .٠٠٠٨)(.١٧٧١)}$$

∴، الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٥ هي ١,٩٦

٠.٠ ى المحسوبة > ى الجدولية وعلية فالفرق غير معنوى بدرجة ثقة ٩٥%

∴ لا يوجد فرق معنوي بين نسبة الطالبات ونسبة الطلبة من حيث

الاستفادة من التدريب بالفندق .

الفصل الرابع

اختبار الفرق بين التكرار المشاهد والتكرار المتوقع

تمهيد :

نعلم أن بعض المفردات الإحصائية يمكن قياسها قياساً كمياً كالمفردات المتعلقة بالأوزان أو الطول أو الحجم أو الدخل أو السن وتسمى هذه البيانات بالبيانات القياسية . Measurements data , كما نعلم أن البعض الآخر للمفردات الإحصائية لا يمكن قياسها قياساً كمياً وإنما قياساً عددياً كالمفردات الإحصائية المتعلقة بعدد السائحين الواصلين جواً وبراً وبحراً , أو عدد نزلاء فنادق الدرجة الخامسة والرابعة والثالثة.. أو عدد الحشرات الميتة والحية في تجربة معينة وتسمى هذه البيانات بالبيانات العددية Data Enumeration .



وقد نحتاج إلى مقارنة التكرارات المشاهدة Observed بالتكرارات المتوقعة Expected بهدف معرفة هل التكرار المشاهد يختلف عن التكرار المتوقع اختلافا بسيطا لا يعتد به أم اختلاف جوهري، وقد وجد كارل بيرسون عام ١٨٩٩ أن الذي يحسم هذه الإجابة هو استخدام اختبار كا^٢ :

$$\text{كا}^2 = \sum \left[\frac{(\text{ش} - \text{ق})^2}{\text{ق}} \right] \text{ عند درجات حرية } (n - 1)$$

حيث :

كا^٢ : هي الحرف اليوناني كا وتقرأ كاي تربيع .

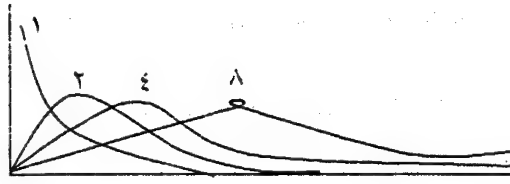
ش : التكرار المشاهد .

ق : التكرار المتوقع .

وتوزيع كا^٢ يأخذ الشكل البياني التالي وهو يوضح عدة منحنيات حسب

درجات الحرية :^(١)

^(١) دراسة هذا التوزيع ستتم في مواضع أخرى .



فإذا كانت $\chi^2 =$ صفر دل ذلك على عدم وجود فرق بين التكرار المشاهد والتكرار المتوقع أي أنهما متساويان ، أما إذا زادت قيمة χ^2 عند الصفر دل ذلك على وجود فرق بين التكرار المشاهد والتكرار المتوقع ، وأنه باختبار هذا الفرق نتمكن من معرفة هل هو فرق ظاهري أم فرق معنوي، ولدقة اختبار χ^2 يلزم توافر الشروط التالية :

- ١- أن يكون حجم العينة كبير .
- ٢- ألا يقل عدد التكرارات عن ٥٠ .
- ٣- ألا يقل التكرار في الفئة الواحدة عن ٥ ، ولذلك يفضل ضم الفئات التي تحتوي على تكرارات غير كافية .



أمثلة تطبيقية :

أولاً : التوزيع التكراري البسيط (متغير واحد) :

مثال ١

إذا كانت البيانات المسجلة على عبوة مبيد حشري تفيد بأنه يتم قتل ٨٠% من الحشرات بعد الرش بثلاث دقائق ، وأراد مسئول النظافة بالفندق اختبار تأثير هذا المبيد فقام برشه على ٤٠٠ حشرة ثم قام بحصر عدد الحشرات الميتة والحية المتبقية كما يلي :

التكرارات المشاهدات	التكرار المشاهد (س)	التكرار المتوقع (ق)
الحشرات الحية	١٠٠	٨٠
الحشرات الميتة	٣٠٠	٣٢٠
المجموع	٤٠٠	٤٠٠

والمطلوب اختبار صدق البيانات المسجلة على العبوة :

الحل

والجدول الإحصائي اللازم :

التكرارات المشاهدات الحشرات	ش	ق	ش - ق	$\frac{(ش - ق)^2}{ق}$
الحشرات الحية	١٠٠	٨٠	٢٠	٥
الحشرات الميتة	٣٠٠	٣٢٠	- ٢٠	١,٢٥
المجموع	٤٠٠	٤٠٠	صفر	٦,٢٥

$$\therefore \text{كا}^2 = \chi^2_{\text{مح}} \left(\frac{(ش-ق)^2}{ق} \right)$$

= ٦,٢٥ وهي كا^٢ المحسوبة

، \therefore كا^٢ الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية (ن - ١)

$$= ١ - ٢ = ١ \text{ هي } ٣,٨٤ .$$

\therefore كا^٢ المحسوبة > كا^٢ الجدولية وعليه فالفرق معنوي

لذلك لا نقبل فرض العدم وبالتالي بيانات العبوة غير صادقة .

مثال ٢

الجدول التالي هو جدول توزيع تكراري لعدد ٥٥٦ سائح وافد موزعين

حسب الجنسية :

الجنسية	فرنسي	انجليزي	إيطالي	أمريكي	المجموع
عدد السائحين	٣١٥	١٠١	١٠٨	٣٢	٥٥٦

وإذا علمت أن التوزيع المتوقع من تلك الجنسيات (التوقع بناء على

خبرات سابقة) هو ٩ : ٣ : ٣ : ١ على الترتيب ، فاختبر عما إذا كان

التوزيع المشاهد (الفعلي) يتفق مع التوزيع المتوقع .



الحل

التكرارات المشاهدات (الجنسية)	ش	ق	ش - ق	$\frac{(ش - ق)^2}{ق}$
فرنسي	٣١٥	٣١٢,٧٥	٢,٢٥	٠,٠١٦٢
إنجليزي	١٠١	١٠٤,٢٥	٣,٢٥-	٠,١٠١٣
إيطالي	١٠٨	١٠٤,٢٥	٣,٧٥	٠,١٣٤٩
أمريكي	٣٢	٣٤,٧٥	٢,٧٥-	٠,٢١٧٦
المجموع	٥٥٦	٥٥٦	صفر	٠,٤٧

$$\therefore \chi^2 = \sum \left(\frac{(ش - ق)^2}{ق} \right)$$

$$= ٠,٤٧ \text{ وهي } \chi^2 \text{ المحسوبة}$$

، $\therefore \chi^2$ الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ درجات حرية (٣ - ١)

$$= ٣ - ١ = ٢ \text{ هي } ٧,٨١٥$$

∴ χ^2 المحسوبة > χ^2 الجدولية وعليه فالفرق غير معنوى .

لذلك نقبل فرض العدم ونستنتج أن المشاهد ينفق مع المتوقع .

مثال ٣

الجدول التالي هو التوزيع التكراري النسبي لتوقع السائحين

القادمين إلى مصر عام ٢٠٠٠ ، والتوقع بناءا على السلوك السابق

للسياحة الوافدة إلى مصر .

دول العالم	اليابان	أوروبا	العرب	أمريكا	جنوب شرق آسيا	تجميع
النسبة	١٠	٢٠	٤٠	٢٠	١٠	%١٠٠

وأنه بعد عام ٢٠٠٠ كان عدد السائحين الوافدين فعلا إلى مصر كما في الجدول :

دول العالم	اليابان	أوروبا	العرب	أمريكا	جنوب شرق آسيا	المجموع
النسبة	٩٢٠٠	٢٠٨٠٠	٣٦٠٠٠	٢٣٠٠٠	١١٠٠٠	١٠٠٠٠٠

والمطلوب : اختبر مدى صدق هذا التوقع ، إذا علمت أن كلاً الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية ٤ = ٩,٤٩ .

الحل

تكوين الجدول الإحصائي اللازم :

التكرار	المشاهد ش	المتوقع ق	(ش - ق)	(ش - ق)²	(ش - ق)² / ق
اليابان	٩٢٠٠	١٠٠٠٠	٨٠٠ -		٦٤
أوروبا	٢٠٨٠٠	٢٠٠٠٠	٨٠٠		٣٢
العرب	٣٦٠٠٠	٤٠٠٠٠	٤٠٠٠ -		٤٠٠
أمريكا	٢٣٠٠٠	٢٠٠٠٠	٣٠٠٠		٤٥٠
جنوب شرق آسيا	١١٠٠٠	١٠٠٠٠	١٠٠٠		١٠٠
المجموع	١٠٠٠٠٠	١٠٠٠٠٠	صفر		١٠٤٦



$$\therefore \text{كا}^2 = \text{مح} \left(\frac{(\text{ش} - \text{ق})^2}{\text{ق}} \right)$$

$$= 1.46$$

، $\therefore \text{كا}^2$ الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية ٤ = ٩,٤٩

. $\therefore \text{كا}^2$ المحسوبة < كا^2 الجدولية .

. الفرق معنوي (لا نقبل فرض العدم)

. نستنتج أن المشاهد يختلف عن المتوقع أي أن هذا التقرير خالف

الصواب .

ثانيا : التوزيع التكراري المزدوج (متغيرين) :

مثال ١

الجدول التالي يبين توزيع السائحين القادمين لمصر في سنة

ما حسب صفتين (متغيرين) الجنسية وطريقة الوصول :



طريقة الوصول	الجنسية	جو	بحر	بر	المجموع
شرق أوسط		٤٨٢	٥٨	٢٩٠	٨٣٠
أمريكا		١٣٥	١٥	٢٩	١٧٩
أوروبا		٧٩٦	١٨٩	١٣٨	١١٢٣
المجموع		١٤١٣	٢٦٢	٤٥٧	٢١٣٢

والمطلوب : اختبر هل هناك علاقة بين جنسية السائح وطريقة الوصول

إذا علمت أن كلاً الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية ٤

تساوي ٩,٤٩ .

الحل

ملاحظات هامة في حالة التوزيع التكراري المزدوج .

١- أن الاختبار في هذه الحالة يبحث في هل توجد علاقة بين المتغيرين

أم لا ، بمعنى هل يوجد ارتباط بين المتغيرين أم لا ، بمعنى آخر هل

المتغيرين غير مستقلين أي يتأثران ببعضها أم مستقلين فلا يتأثران

ببعضها ، ويستخدم في ذلك اختبار كلاً .



٢- أن فرض العدم هو عدم وجود علاقة بين المتغيرين وعليه :

إذا كان χ^2 المحسوبة $> \chi^2$ الجدولية

∴ الفرق غير معنوي (نقبل فرض العدم)

∴ نستنتج عدم وجود علاقة بين المتغيرين ، لا ارتباط بينها ،

مستقلين .

وإذا كان χ^2 المحسوبة $< \chi^2$ الجدولية

∴ الفرق معنوي (لا نقبل فرض العدم)

∴ نستنتج وجود علاقة بين المتغيرين ، مرتبطين ، غير

مستقلين .

٣- درجات الحرية = (عدد الصفوف - ١) (عدد الأعمدة - ١)

٤- التكرار المتوقع لكل تكرار مشاهد = $\frac{\text{المجموع الهامشي الأفقي} \times \text{المجموع الهامشي الرأسى}}{\text{المجموع الكلى}}$



الجدول الإحصائي اللازم لحساب التكرارات المتوقعة :

طريقة الوصول الجنسية	جو		بحر		بر		المجموع
	ش	ق	ش	ق	ش	ق	
شرق أوسط	٤٨٢	٥٥	٥٨	١٠٢	٢٩٠	١٧٨	٨٨٣
أمريكا	١٣٥	١١٩	١٥	٢٢	٢٩	٣٨	١٧٩
أوروبا	٧٩٦	٧٤٤	١٨٩	١٣٨	١٣٨	٢٤١	١١٢٣
المجموع	١٤١٣	١٤١٣	٢٦٢	٢٦٢	٤٥٧	٤٥٧	٢١٣٢

الجدول الإحصائي اللازم لحساب كا^٢ :

ش	ق	ش - ق	(ش - ق) ^٢	$\frac{(ش - ق)^2}{ق}$
٤٨٢	٥٥٠	٦٨-		٨,٤
١٣٥	١١٩	١٦		٢,٢
٧٩٦	٧٤٤	٥٢		٣,٦
٥٨	١٠٢	٤٤-		١٨,٩
١٥	٢٢	٧-		٢,٢
١٨٩	١٣٨	٥١		١٨,٨
٢٩٠	١٧٨	١١٢		٧٠,٥
٢٩	٣٨	٩-		٢,١
١٣٨	٢٤١	١٠٣-		٤٤,٠
٢١٣٢	٢١٣٢	صفر		١٧٠,٧



$$\therefore \text{كا}^2 = \text{م} \left[\frac{(\text{ش} - \text{ق})^2}{\text{ق}} \right]$$

$$170,7 =$$

، $\therefore \text{كا}^2$ الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية ٤=٩,٤٩ معطى

∴ كا^2 المحسوبة > كا^2 الجدولية .

∴ الفرق معنوي (لا نقبل فرض العدم)

∴ نستنتج أن المتغيرين بينها علاقة أي بينها ارتباط أي غير مستقلين ،
أي يوجد ارتباط بين جنسية السائح وطريقة القدوم ، وهذا القرار
صحيح بدرجة ثقة ٩٥% .

، قياس قوة الارتباط بين الصفتين (المتغيرين) :

$$\text{ق} = \sqrt{\frac{\text{كا}^2 \text{ المحسوبة}}{\text{كا}^2 \text{ المحسوبة} + \text{ن}}}$$

حيث ق : معامل التوافق .

ن : المجموع الكلى للتكرارات .

$$\therefore \text{ق} = \sqrt{\frac{170,7}{2132 + 170,7}} = \sqrt{\frac{170,7}{2302,7}}$$

$$= \sqrt{0,074} = 0,27$$

أي أن الارتباط أقل من المتوسط .



مثال ٢

الجدول التالي يوضح درجات امتحان ٥٢٠ طالب في مادتي

الرياضة والإحصاء :

الإحصاء	الرياضة	ممتاز	جيد	ضعيف	المجموع
		٥٠	٧٠	١٥	١٣٥
ممتاز		٤٥	١٦٠	٤٠	٢٤٥
جيد		١٥	٤٥	٨٠	١٤٠
ضعيف		١١٠	٢٧٥	١٣٥	٥٢٠

والمطلوب : اختبار مقولة أن مستوى الطالب في الرياضة مستقل

عن أدائه في الإحصاء وذلك بدرجة ثقة ٩٥ % .

الحل

١- فرض العدم هو أن مستوى الطالب في الرياضة مستقل عن

مستواه في الإحصاء ومن ثم فالفرض البديل أن مستوى الطالب في

الرياضة غير مستقل عن مستواه في الإحصاء .



٢- \therefore درجة الثقة ٩٥% $\therefore \alpha = 5\%$.

و درجات الحرية = (عدد الصفوف - ١) (عدد الأعمدة - ١)

$$\varepsilon = (1 - 3)(1 - 3) =$$

كما ^٢ الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ و درجات حرية

$$9,49 = \varepsilon$$

٣- الجدول الإحصائي اللازم لحساب التكرارات المتوقعة :

المجموع	ضعيف		جيد		ممتاز		الرياضة الاحصاء
	ق	س	ق	س	ق	س	
١٣٥	٣٥,٠٥	١٥	٧١,٣٩	٧٠	٢٨,٥٦	٥٠	ممتاز
٢٤٥	٦٣,٦١	٤٠	١٢٩,٥٧	١٦٠	٥١,٨٣	٤٥	جيد
١٤٠	٣٦,٣٤	٨٠	٧٤,٠٤	٤٥	٢٩,٦١	١٥	ضعيف
٥٢٠	١٣٥	١٣٥	٢٧٥	٢٧٥	١١٠	١١٠	المجموع

٤- الجدول الإحصائي اللازم لحساب كما ^٢ :

ش	ق	ش - ق	(ش - ق) ^٢	(ش - ق) ^٢ / ق
٥٠	٢٨,٥٦	٢١,٤٤	٤٥٩,٦٧	١٦,٠٩
٤٥	٥١,٨٣			
١٥	٢٩,٦١			
٧٠	٧١,٣٩			
١٦٠	١٢٩,٥٧			
٤٥	٧٤,٠٤			
١٥	٣٥,٠٥			
٤٠	٦٣,٦١			
٨٠	٣٦,٣٤			
٥٢٠	٥٢٠			

وهنا يلاحظ أنه لا داعي لإكمال الحسابات حيث أن كا^٢

للصيف الأول تساوي ١٦,٠٩ وهي بذلك أكبر من كا^٢ الجدولية والتي تساوي ٩,٤٩ .

∴ الفرق معنوي (لا تقبل فرض العدم)

∴ نستنتج أن المتغيرين محل الدراسة (الرياضة والإحصاء) غير مستقلين عن بعضهما بل بينهما ارتباط ، ولحساب درجته يترك كترتيب .



مثال ٣

في دراسة عن مدى إقبال الطلبة والطالبات على قسم الفنادق كانت

النتائج التالية :

متغير النوع	متغير الاقبال		المجموع
	أوافق	لا أوافق	
طالب	٨٠	٢٠	١٠٠
طالبة	٢٠	٤٠	٦٠
المجموع	١٠٠	٦٠	١٦٠

والمطلوب : اختبار مدى استغلال المتغيرين .

الحل

الجدول الإحصائي اللازم لحساب التكرارات المتوقعة :

متغير النوع	أوافق		لا أوافق		المجموع الهامشي
	ش	ق	ش	ق	
طالب	٨٠	٦٢,٥	٢٠	٣٧,٥	١٠٠
طالبة	٢٠	٣٧,٥	٤٠	٢٢,٥	٦٠
المجموع	١٠٠	١٠٠	٦٠	٦٠	١٦٠



الجدول الإحصائي اللازم لحساب χ^2 :

ش	ق	ش - ق	$\frac{(ش - ق)^2}{ق}$
٨٠	٦٢,٥	١٧,٥	٤,٩
٢٠	٣٧,٥	١٧,٥ -	٨,٥
٢٠	٣٧,٥	١٧,٥ -	٨,٥
٤٠	٢٢,٥	١٧,٥	١٣,٦
١٦٠	١٦٠	صفر	٣٤,٥

$$\chi^2 = \sum \left(\frac{(ش - ق)^2}{ق} \right)$$

$\chi^2 = ٣٤,٥$ وتسمى χ^2 المحسوبة .

، χ^2 الجدولية عند مستوي معنوية ٠,٠٥ درجات حرية (٢-١)

$$(٢-١) = ١ \text{ هي } ٢,٨٤ .$$

، χ^2 المحسوبة < χ^2 الجدولية وعليه فالفرق معنوي .

لذلك نرفض فرض عدم ونقول أن المتغيرين غير مستقلين أي

بينهما ارتباط بمعنى أن الاقبال على قسم الفنادق يتأثر بالنوع



طالب أم طالبة .

ملحوظة :

أنه في حالة التوزيع التكراري المزدوج من النوع 2×2 كما

في المثال السابق فإنه يمكن حساب χ^2 بطريقة أسهل كما يلي :

الجدول الإحصائي اللازم :

متغير النوع	متغير الاقبال		المجموع
	أوافق	لا أوافق	
طالب	أ	ب	أ + ب
طالبة	ج	د	ج + د
المجموع	أ + ج	ب + د	ن

$$\chi^2 = \frac{n (أ - ب - ج - د)^2}{(أ + ب) (ج + د) (أ + ج) (ب + د)}$$

وبالتطبيق على المثال السابق :

$$\chi^2 = \frac{160 (20 \times 20 - 40 \times 80)}{60 \times 100 \times 60 \times 100}$$

$$= 0,2178 \times 160 =$$

$$= 34,84 \text{ وهي نفس النتيجة السابقة .}$$



وهنا يلاحظ أن تم الاعتماد فقط على التكرارات الفعلية دون الحاجة إلى تكرارات متوقعة .

وأخيرا فقد اتضح أن كاً هو اختبار يستخدم فى مقارنة

- مجموعة من التكرارات المشاهدة بتكراراتها المتوقعة ، وأن لهذا
- الاختبار استخدامات مباشرة تتمثل فى :

١-الكشف عن معنوية الفرق بين التكرار الفعلي والتكرار المتوقع .

٢-الكشف عن معنوية استغلال متغيرين .

كما له استخدامات غير مباشرة تتمثل فى :

١- التحقق من حسن التوفيق (المطابقة) Goodness of fit

٢-معامل فاي Phi Coefficient

٣- معاملات التوافق Coefficients Contingency

٤- اختبار الوسيط The Median Test

وأن التناول لباقي الاستخدامات سيكون فى مواضع أخرى .

الباب الرابع

السلاسل الزمنية

الباب الرابع

يشتمل هذا الباب على النقاط التالية :

تمهيد :

- تعريف السلسلة الزمنية (اللفظي ، الرياضى ، البيانى)

- عناصر السلسلة الزمنية (الاتجاه العام ، الموسمية ، الدورية ، العرضية)

- خارج تحليل السلسلة الزمنية .

- تحليل السلسلة الزمنية وفقا للنموذج الضربي .

* قياس الاتجاه العام بطرق :

• التمهيد باليد .

• المتوسطات المتحركة .

• المربعات الصغرى .

• اختبار مغنوية الانحدار .

• التنبؤ بخط الاتجاه العام .

* قياس التغيرات الموسمية .

• قياس التغيرات الدورية .



التمهيد :

كثيرا ما نتعرض لدراسة ظاهرة مع مرور الزمن ، كدراسة ظاهرة تذبذب الصادرات المصرية خلال فترة زمنية معينة ، أو دراسة الحركة السياحية الوافدة خلال العقد الأخير أو ، وذلك بهدف إمكان إجراء التنبؤ بما يحتمل أن يحدث للظاهرة موضوع البحث في المستقبل وبالتالي يمكن رسم استراتيجية لمواجهة الاحتياجات المقبلة . هذا من ناحية ، ومن ناحية أخرى إمكان معرفة مدى تأثير العوامل المستقلة على الظاهرة .

تعريف السلسلة الزمنية :

أ- التعريف اللفظي :

هي مجموعة متتالية من القرارات (المشاهدات أو البيانات) التي تسجل عادة على فترات زمنية متساوية عن إحدى الظواهر .



ب- التعريف الرياضى :

هى العلاقة الانحدارية للظاهرة مع الزمن أي

$$ص = د (س)$$

حيث ص : هي المتغير التابع والمعبر عن قيم الظاهرة .

س : هي المتغير المستقل والمعبر عن الزمن .

ج- التعريف البيانى :

تمثل السلسلة الزمنية بيانيا بوضع المتغير المستقل (الزمن) على

المحور الأفقى ، والمتغير التابع (قيم الظاهرة) على المحور

الرأسى ، ثم يتم توقيع النقط (س ، ص) المعبرة عن قيم

الظاهرة مع كل فترة زمنية ، ثم توصل النقط بخط منكسر

فنحصل على المنحنى التاريخى للسلسلة الزمنية ، مثال ذلك :

الجدول التالى يوضح بيانات عن أرباح إحدى الشركات السياحية خلال

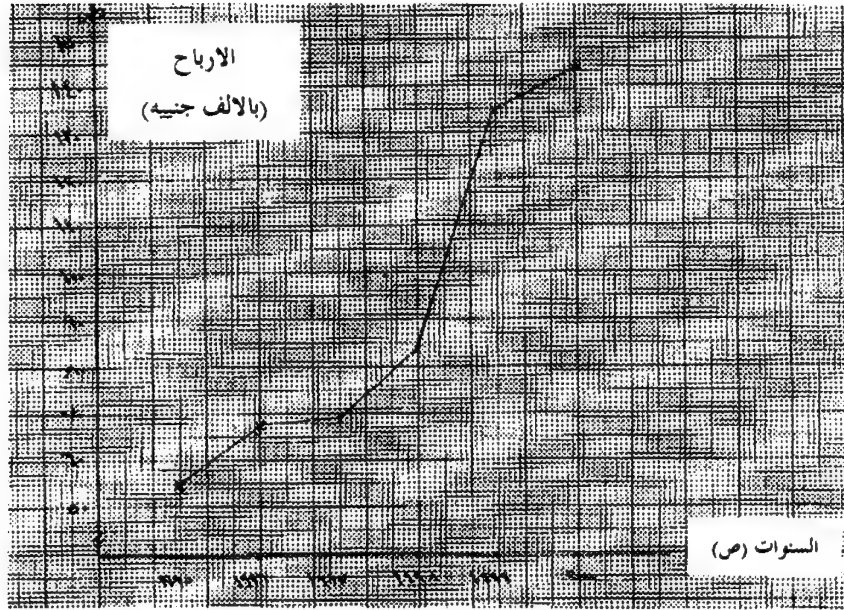
الفترة الزمنية ١٩٩٥ - ٢٠٠٠ (بالألف جنيه) .



السنة	١٩٩٥	١٩٩٦	١٩٩٧	١٩٩٨	١٩٩٩	٢٠٠٠
الأرباح	٥٥	٦٨	٦٩	٨٤	١٣٥	١٤٣

والمطلوب : الرسم البياني لهذه السلسلة الزمنية مع تدوين الملاحظات .

الحل



يسمى الشكل البياني بشكل الانتشار ، والخط الناتج بالمنحنى التاريخي

للظاهرة وهو يبين مدى تقلبات الظاهرة بالزيادة أو النقصان أو الثبات

خلال فترة الدراسة .



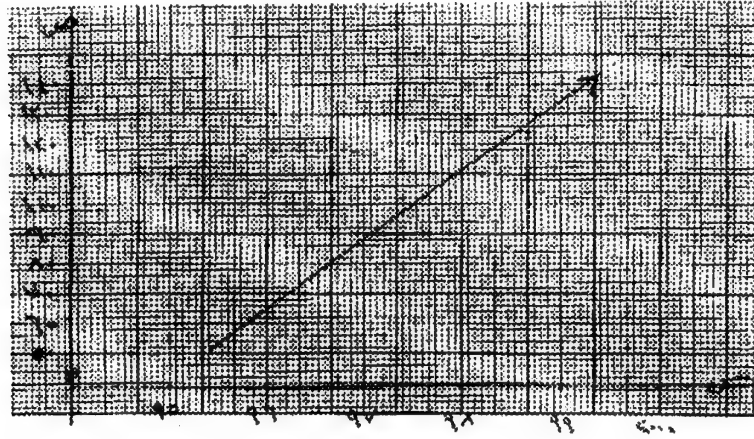
عناصر السلسلة الزمنية :

- تتأثر أي سلسلة زمنية بتفاعل أربع عناصر مع بعضها ، وتسمى هذه العناصر بالتغيرات أو التقلبات أو المركبات وهي : التغيرات طويلة المدى (تغيرات الاتجاه العام) ، التغيرات الموسمية ، التغيرات الدورية ، التغيرات العرضية (الفجائية) .

أولا : تغيرات الاتجاه العام :

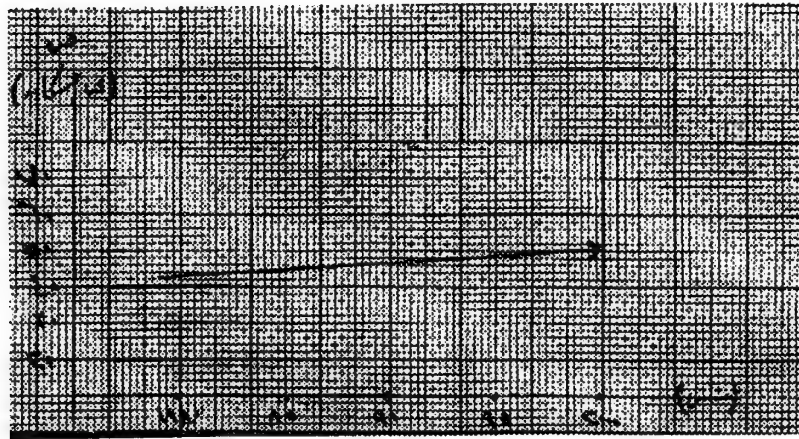
- وهي تغيرات بالزيادة أو النقصان (أو الثبات) في المدى الطويل للظاهرة دون الاهتمام بالتغيرات الأخرى ، ومثال ذلك :
- (١) أرباح الشركات السياحية في المثال السابق ، فهي تأخذ إتجاه عام بالزيادة خلال الفترة الزمنية (١٩٩٥ - ٢٠٠٠) كما في

الشكل التالي :



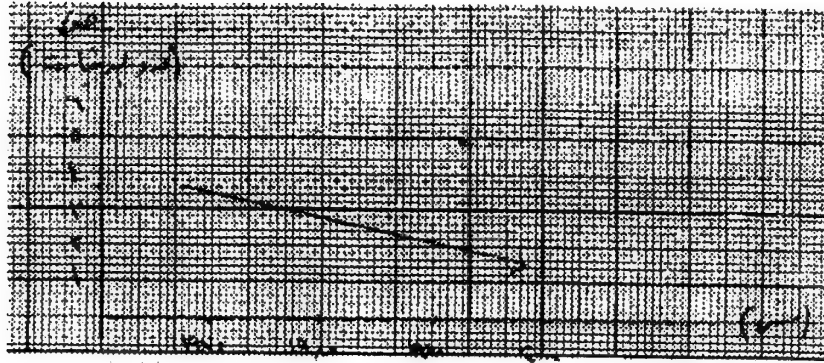
(٢) عدد السكان مع الزمن يأخذ اتجاه عام بالزيادة كما في الشكل

التالي :



(٣) عدد الوفيات مع الزمن يأخذ اتجاه عام بالنقصان كما في

الشكل التالي :

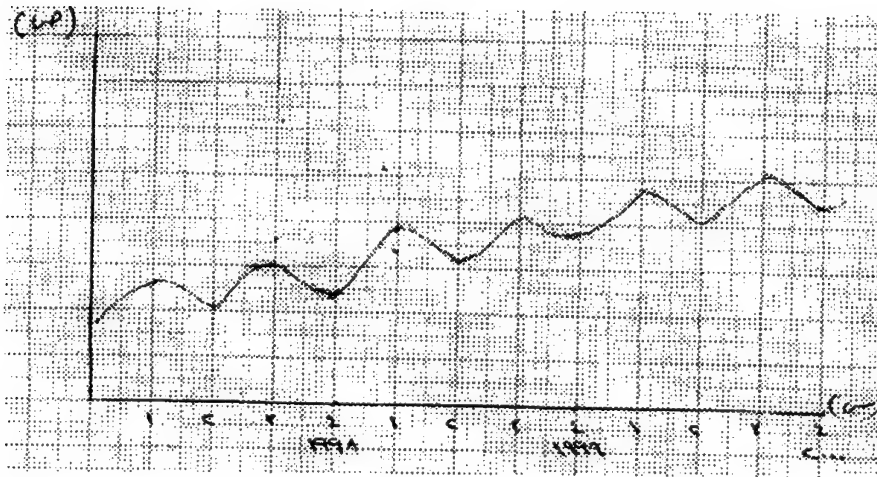


ثانيا : التغيرات الموسمية :

هي تغيرات تحدث خلال السنة على فترات صغيرة قد تكون يوم

أو أسبوع أو شهر أو ربع سنة أو نصف سنة أو، وتكرر

لعدة سنوات متتالية بشكل متماثل كما في الشكل التالي :

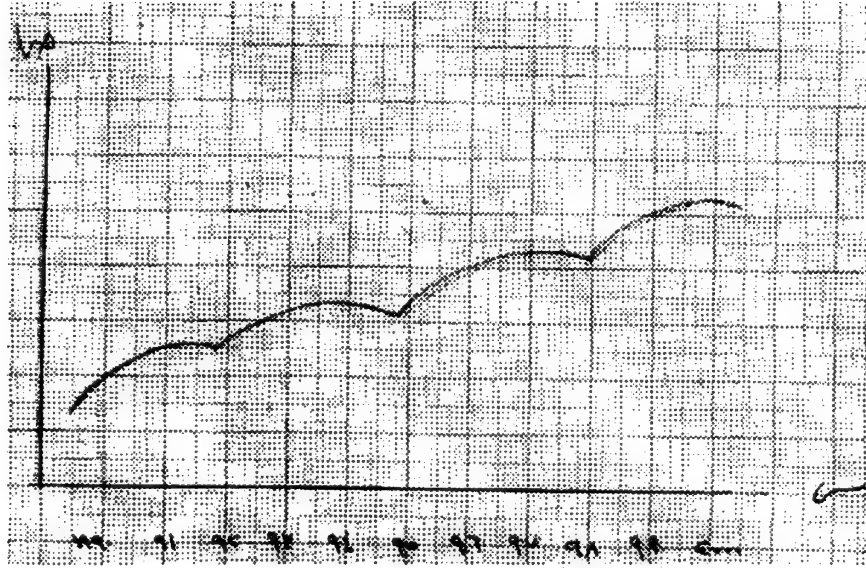




ومن أمثلتها زيادة نشاط البنوك في الأيام الأولى من كل شهر ،
إقبال الأفراد على المنتزهات في أيام الجمع من كل أسبوع ،
زيادة الأشغال الفندقية في الأقصر في فصل الشتاء .

ثالثاً : التغيرات الدورية :

هي تغيرات تطرأ على السلسلة الزمنية في فترات متباعدة يزيد
طول كل منها على سنة ، وتشبه التغيرات الموسمية في كونها
تتكرر إلا أن فترة دورتها أكبر بكثير من التغيرات الموسمية ،
وتظهر في المنحنى التاريخي على شكل موجات متتابعة من
التمدد والانكماش كما في الشكل التالي :



رابعاً : التغيرات غير المنتظمة (انفجائية - العرضية) :

هي تغيرات لا يمكن التنبؤ بوقوعها ولا بحرفية مقدارها أو

اتجاهها لأنها لا تتبع قانون أو قاعدة كما أنها لا تتكرر . ومن

أمثلتها الزلازل والبراكين والأوبئة والحريق والحروب

نماذج تحليل السلسلة الزمنية :

١- النموذج التجميعي :

يفترض هذا النموذج أن قيمة الظاهرة (ص) عند لحظة زمنية

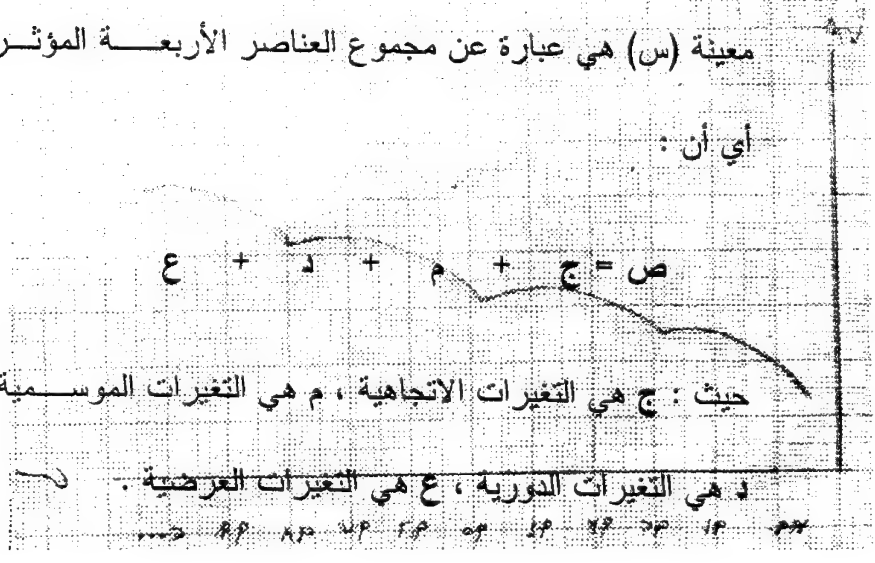
معينة (س) هي عبارة عن مجموع العناصر الأربعة المؤثرة

أي أن :

$$ص = ج + م + د + ع$$

حيث : ج هي التغيرات الاتجاهية ، م هي التغيرات الموسمية ،

د هي التغيرات الدورية ، ع هي التغيرات العرضية .





ب- النموذج الضربي :

يفترض هذا النموذج أن قيمة الظاهرة هي عبارة عن حاصل

ضرب العناصر الأربعة أي أن :

$$ص = ج \times م \times د \times ع$$

تحليل السلسلة الزمنية وفقا للنموذج الضربي :

يقصد بتحليل السلسلة الزمنية هو عزل كل مركب من المركبات

الأربعة فيها على حده وذلك لمعرفة مقدار واتجاه هذه المركبات

(التغيرات ، التقلبات) ، ويجرى تحليل السلسلة الزمنية وفقا

لنموذج الضربي أي أن :

التغيرات الكلية = التغيرات الاتجاهية \times التغيرات الموسمية \times

التغيرات الدورية \times التغيرات العرضية

$$ي = ج \times م \times د \times ع$$



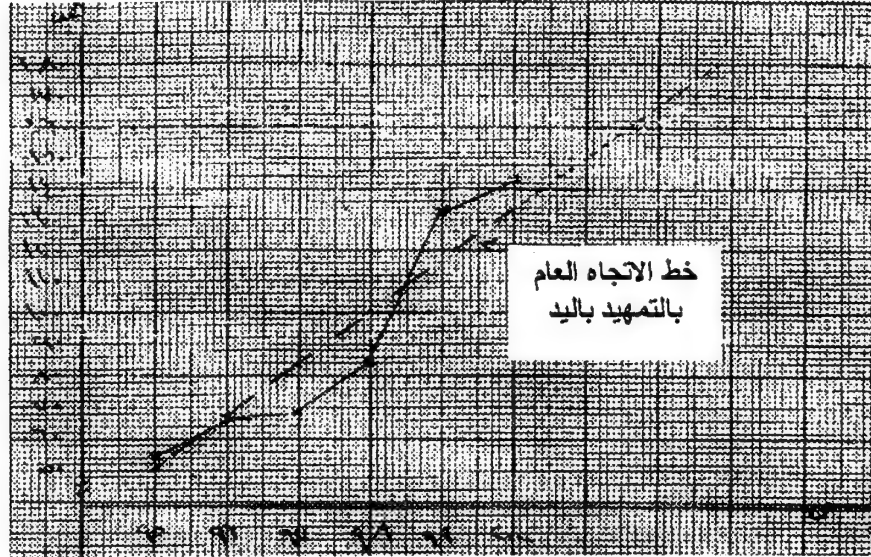
وأنة إذا ما تم قياس التغيرات الإتجاهية (الاتجاه العام) وعزلها تصبح المتغيرات المتبقية المؤثرة على الظاهرة هي التغيرات الموسمية والدورية والعرضية ، وإذا ما تم قياس الموسمية وعزلها يصبح المتبقى هو أثر الدورية والعرضية ، وإذا ما تم قياس الدورية وعزلها يصبح المتبقى هو أثر العرضية فقط .

قياس تغيرات السلسلة الزمنية لإمكان تحليلها :

يبدأ تحليل السلسلة الزمنية بقياس الاتجاه العام ويقاس الاتجاه العام بالتمهيد باليد أو بالمتوسطات المتحركة أو بالمربعات الصغرى .

(١) طريقة التمهيد باليد :

باستخدام المثال السابق عن تطور أرباح إحدى الشركات السياحية
ثم قياس (تقدير) خط الاتجاه العام بالتمهيد كما يلي :



تعتمد هذه الطريقة على رسم خط باليد يتوسط قيم الظاهرة على المنحنى التاريخي لها ، بمعنى أن عدد النقط أعلى الخط تساوي تقريبا عدد النقط أسفله ، وبالتالي يمكن استخدام هذا الخط في التنبؤ . تمتاز هذه الطريقة بالسهولة ألا أنه يعاب عليها بأنها غير دقيقة لاختلاف تقديرها باختلاف الأشخاص .

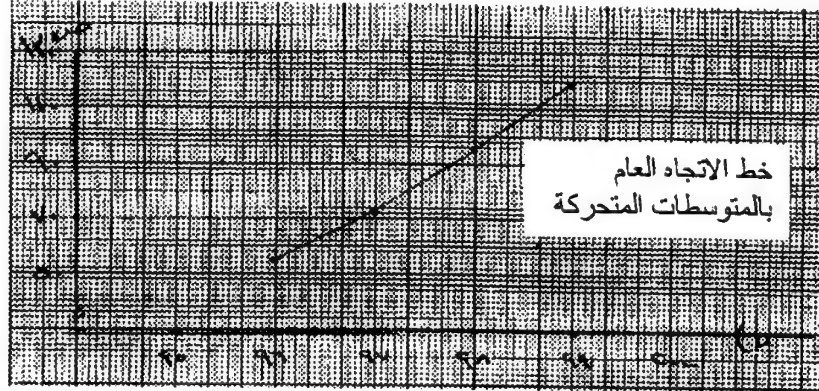
(٢) طريقة المتوسطات المتحركة :

هي طريقة يتم فيها تقدير خط الاتجاه العام على أساس إيجاد متوسطات متحركة لبيانات السلسلة الزمنية لتصبح ممهدة بيانيا ،



وإذا لم يتحقق التمهيد يتم إيجاد متوسطات متحركة مرة أخرى
ليس للبيانات الأصلية وإنما لمتوسطاتها المتحركة . تمتاز هذه
الطريقة بأنها تقدر خط الاتجاه العام بشكل أفضل من الطريقة
السابقة ، ويعاب عليها بأنها تؤدي إلى اختصار بيانات السلسلة
الزمنية مما يقلل من جودة التقدير (القياس) ، وقد تم تقدير خط
الاتجاه العام بطريقة المتوسطات المتحركة للمثال السابق كما يلي:

المتوسط المتحرك	٣ سنوات مجموع متحرك	الأرباح (ص)	السنوات (س)
		٥٥	١٩٩٥
$٦٤,٠٠ = ٣ \div ١٩٢$	١٩٢	٦٨	١٩٩٦
$٧٣,٧٠ = ٣ \div ٢٢١$	٢٢١	٦٩	١٩٩٧
$٩٦,٠٠ = ٣ \div ٢٨٨$	٢٨٨	٨٤	١٩٩٨
$١٢٠,٧ = ٣ \div ٣٦٢$	٣٦٢	١٣٥	١٩٩٩
		١٤٣	٢٠٠٠





(٣) طريقة المربعات الصغرى :

هي الطريقة التي فيها يتم تقدير أفضل خط للاتجاه العام (مستقيم أو منحني) على أساس إيجاد المعادلة التي تجعل مجموع المربعات أصغر ما يمكن ، وقد سبق في الجزء الأول من هذا الكتاب شرح كيفية إيجاد هذه المعادلة .

وقد تم تقدير خط الاتجاه العام بطريقة المربعات الصغرى للمثال السابق كما يلي :

∴ شكل الانتشار يوضح أن الخط الذي يناسب سلوك هذه المتغيرات هو خط مستقيم ، لذلك فالمعادلة في هذه الحالة هي $ص = أ + ب س$ ، وعلية فالمعادلتين الطبيعييتين لإيجاد معادلة هذا الخط هما :

$$\begin{aligned} \text{بج ص} &= أ + \text{ب بج س} \\ \text{بج س ص} &= أ بج س + \text{ب بج س ص} \end{aligned}$$

∴ الجدول الإحصائي اللازم لإيجاد معادلة الاتجاه العام :



السنوات	س	ص	س ص	س ^٢
١٩٩٥	٠	٥٥	٠	٠
١٩٩٦	١	٦٨	٦٨	١
١٩٩٧	٢	٦٩	١٣٨	٤
١٩٩٨	٣	٨٤	٢٥٢	٩
١٩٩٩	٤	١٣٥	٥٤٠	١٦
٢٠٠٠	٥	١٤٣	٧١٥	٢٥
المجموع	١٥	٥٥٤	١٧١٣	٥٥

$$(١) \quad ٥٥٤ = ١٦ + ١٥ ب$$

$$(٢) \quad ١٧١٣ = ١١٥ + ٥٥ ب$$

$$(١) \quad ١٣٨٥ = ١١٥ + ٣٧,٥ ب \quad \text{بضرب (١) } ٢,٥ \times \text{ وبالطرح}$$

$$٣٢٨ = ٢٠١٧,٥ +$$

$$\therefore ب = ١٨,٧$$

وبالتعويض بقيمة ب تساوى ١٨,٧ فى المعادلة (١)

$$٥٥٤ = ١٦ + ١٨,٧ \times ١٥$$



$$\therefore 45,5 = 1$$

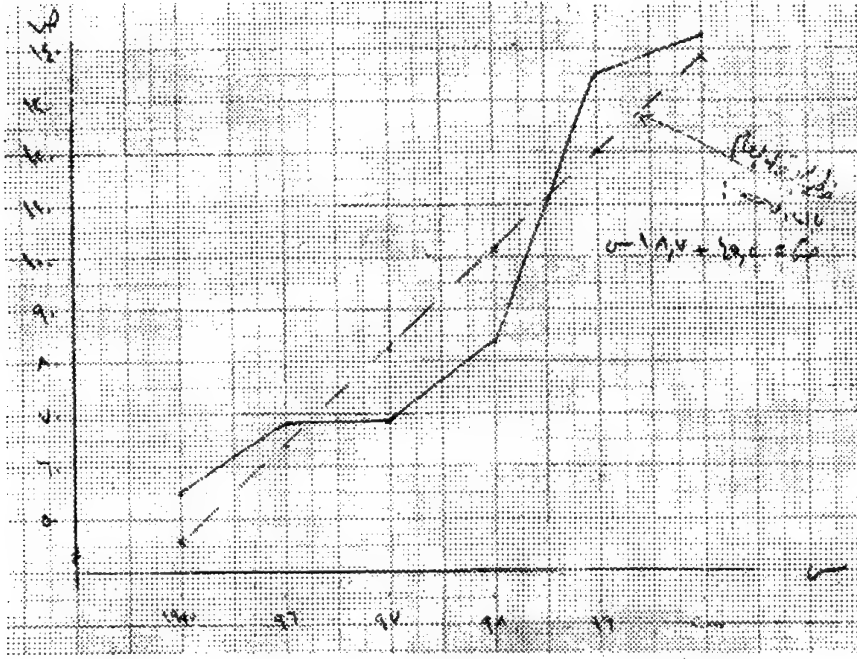
∴ ص = 45,5 + 18,7 س وهذه هي معادلة الاتجاه العام

التي تعبر عن سلوك البيانات للظاهرة في المثال محل الدراسة .

∴ الجدول الإحصائي اللازم لإيجاد القيم الإتجاهية ورسم خط الاتجاه

العام بيانيا :

السنوات	س	ص	ص = 45,5 + 18,7 س	ص	(ص-ص)
١٩٩٥	٠	٥٥	٠ × ١٨,٧ + ٤٥,٥ =	٤٥,٥	٩,٥
١٩٩٦	١	٦٨	١ × ١٨,٧ + ٤٥,٥ =	٦٤,٢	٣,٨
١٩٩٧	٢	٦٩	٢ × ١٨,٧ + ٤٥,٥ =	٨٢,٩	١٣,٩ -
١٩٩٨	٣	٨٤	٣ × ١٨,٧ + ٤٥,٥ =	١٠١,٦	١٧,٦ -
١٩٩٩	٤	١٣٥	٤ × ١٨,٧ + ٤٥,٥ =	١٢,٣	١٤,٧
٢٠٠٠	٥	١٤٣	٥ × ١٨,٧ + ٤٥,٥ =	١٣٩,٠	٤,٠
المجموع	١٥	٥٥٤		٥٥٤	صفر



اختبارات المعنوية للانحدار :

أولاً : اختبار معنوية معامل الانحدار (ب) للمثال محل الدراسة :

الجدول الإحصائي اللازم :

(ص - ص)	٩,٤	٣,٧	١٣,٩-	١٧,٨-	١٤,٦	٤,٠	المجموع = صفر
(ص - ص) ^٢	٩٠,٢٥	١٣,٦٩	١٩٣,٢١	٣٠٩,٧٦	٢١٣,١٦	١٦,٠	المجموع = ٨٤١,٢٦

$$\frac{\sum (ص - ص)^2}{٢ - ن} = \text{الخطأ المعياري لتقدير خط الانحدار (خطأ ب)} =$$



ويرجع السبب في القسمة على ن - ٢ (درجات الحرية) إلى أن عدد المتغيرات اثنين وهما ص ، س .

$$\therefore \text{خصر/س للمثال} = \frac{\sqrt{841,26}}{2-2} = 14.48$$

$$\text{، الخطأ المعياري لمعامل الانحدار (خـب) = خصر/س} \times \sqrt{\frac{1}{\text{مجموع } (س^2) - \frac{(\text{مجموع } س)^2}{ن}}}$$

$$\therefore \text{خـب للمثال} = 14.48 \times \sqrt{\frac{1}{37,5 - 55}}$$

$$= 3,466$$

$$\therefore \text{ت} = \frac{\text{ب}}{\text{خـب}}$$

$$\therefore \text{ت للمثال} = \frac{18,74}{3,466} = 5,395 \text{ وتسمى ت المحسوبة}$$

، \therefore ت الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية ٤ هي ٢,٧٧٦ .

\therefore ت المحسوبة < ت الجدولية وعليه فالفرق معنوي

\therefore معامل الانحدار ب معنوي أي حقيقي بدرجة ثقة ٩٥% .



ثانيا : اختبار معنوية الانحدار ككل للمثال محل الدراسة :

يستخدم في هذا الاختبار جدول تحليل التباين ANOVA كما يلي :

الجدول الإحصائي اللازم :

ص	ص	(ص - ص) ^٢	(ص - ص) ^٢	(ص - ص) ^٢
٥٥	٤٥,٤٨			
٦٨	٦٤,٢٢			
٦٩	٨٢,٩٦			
٨٤	١٠١,٧٠			
١٣٥	١٢٠,٤٥			
١٤٣	١٣٩,١٩			
٥٥٤	٥٥٤	٨٤٠,٠٥	٦١٤٧,٢٨	٦٩٨٧,٣٣

نظرا لوجود كسور في قيم ص فإن استخدام طريقة الفروق ستجعل

عمليات تقريب الكسر العشري تتراكم ومن ثم تظهر أخطاء في الحساب ،

ولذلك من الأفضل اتباع طريقة المربعات للقيم الأصلية وفقا للقوانين

التالية :

$$\text{مجموع (ص - ص)}^2 = \text{مجموع ص}^2 - \frac{(\text{مجموع ص})^2}{ن}$$



$$٦٩٨٧.٣٣ = ٥١١٥٢.٦٧ - ٥٨١٤٠ =$$

$$، \text{ بـ } (ص - ص) = \text{ بـ } ص - \frac{\text{ بـ } (ص)}{ن}$$

$$= \text{ بـ } ص - \frac{\text{ بـ } (ن ص)}{ن}$$

$$= \text{ بـ } ص - \frac{\text{ بـ } (ص)}{ن}$$

$$٦١٤٧.٢٨ = ٥١١٥٢.٦٧ - ٥٧٢٩٩.٩٥ =$$

$$، \text{ بـ } (ص - ص) = \text{ بـ } ص - \text{ بـ } ص$$

$$٨٤٠.٠٥ = ٢٧٢٩٩.٩٥ - ٥٨١٤٠ =$$

$$* \text{ إثبات أن بـ } (ص - ص) = \text{ بـ } ص - \text{ بـ } ص$$

$$* \text{ بـ } (ص - ص) = \text{ بـ } ص - \text{ بـ } ص + \text{ بـ } ص + \text{ بـ } ص$$

$$= \text{ بـ } ص - \text{ بـ } ص + \text{ بـ } ص + \text{ بـ } ص$$

$$= \text{ بـ } ص - \text{ بـ } ص + \text{ بـ } ص + \text{ بـ } ص$$

$$= \text{ بـ } ص - \text{ بـ } ص$$

هـ. ط. ث



، جدول تحليل التباين :

مصدر التباين	درجات الحرية	مجموع مربعات	متوسط مجموع مربعات	F
الانحدار	١	٦١٤٧,٢٨	٦١٤٧,٢٨	٢٩,٢٧
الباقى	٤	٨٤٠,٠٥	٢١٠,٠١	
الاجمالى	٥	٦٩٨٧,٣٣		

، F الجدولية عند مستوى معنوية ٠,٠٥ ودرجات حرية (٤ ، ١)

هي ٧.٧ .

∴ F المحسوبة $< F$ الجدولية وعليه فالفرق معنوي .

∴ المعادلة المعبره عن سلوك البيانات معادلة معنوية بدرجة تقه ٩٥%

وبالتالى تصلح للتنبؤ .

ملاحظات هامة على تحليل التباين للانحدار :

$$(1) \quad \text{معامل الانحدار ب} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

$$\text{وللمثال} \quad 18,74 = \frac{328}{17,5} = \frac{17,5 \times 6147,28}{17,5}$$

قيمة ب ، مما يؤكد صحة إجراءات التحليل .



(٢) ج (ص - ص) تسمى بالتباين الكلى .

، ج (ص - ص) تسمى بالتباين غير المفسر وهو المرتبط بالخطأ المعياري .

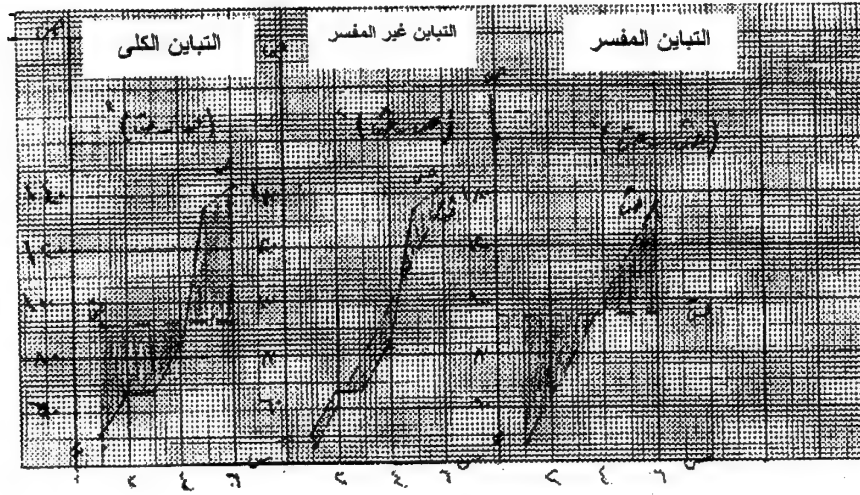
، ج (ص - ص) = تسمى بالتباين المفسر وهو المرتبط بمعامل

التحديد ، حيث معامل التحديد ورمزه (r^2) هو النسبة بين التباين المفسر

والتباين الكلى أي :

$$r^2 = \frac{\text{ج (ص - ص)}}{\text{ج (ص - ص)}}$$

وتتضح تلك التباينات فى الأشكال البيانية التالية :



ولما كان معامل التحديد (r^2) هو النسبة بين التباين المفسر والتباين الكلي

أي :

$$\frac{\text{مجموع (ص - ص̄)}^2}{\text{مجموع (ص - ص̄)}^2} = r^2$$

$$\therefore r = \pm \sqrt{\frac{\text{مجموع (ص - ص̄)}^2}{\text{مجموع (ص - ص̄)}^2}}$$

$$= \frac{\text{مجموع ص} - \frac{(\text{مجموع ص})^2}{n}}{\sqrt{\left[\frac{(\text{مجموع ص})^2}{n} - \text{مجموع ص} \right] \left[\frac{(\text{مجموع ص})^2}{n} - \text{مجموع ص} \right]}}$$

وتسمى r بمعامل الارتباط .



$$r = \frac{6147,28}{6987,33} = 0,94 \text{ أي الارتباط قوى جدا}$$

وهي نفس النتيجة إذا ما تم استخدام قانون الارتباط البسيط الذي

على صورة :

$$r = \frac{\text{مجموع ص} - \frac{\text{مجموع} \cdot \text{مجموع}}{n}}{\sqrt{\left[\frac{\text{مجموع}^2}{n} - \frac{(\text{مجموع ص})^2}{n}\right] \left[\frac{\text{مجموع}^2}{n} - \frac{(\text{مجموع ص})^2}{n}\right]}}$$

حيث باستخدام بيانات الجدول الإحصائي اللازم لإيجاد خط الاتجاه العام :

$$r = \frac{\frac{554 \times 15}{6} - 1713}{\sqrt{\left[\frac{554^2}{6} - 58140\right] \left[\frac{15^2}{6} - 55\right]}}$$

$$0,94 = \frac{328}{349,68} = \frac{328}{6987,33 \times 17,5}$$

التنبؤ بخط الاتجاه العام :

التنبؤ عبارة عن تقدير لما يمكن أن تكون عليه المشاهدات أو

الظواهر إذا لم تتغير العوامل المؤثرة على تلك المشاهدات أو الظواهر

تحت التقدير فى المستقبل ، أما إذا تغيرت تلك العوامل المؤثرة فيجب تغيير تلك العوامل وفقاً لتوقعات واحتمالات التغيير فيها .

ويشترط فى التنبؤ ألا يكون هناك غموضاً فى الأفكار أو الآراء أو القواعد أو الطرق المستخدمة فى التنبؤ ، ويجرى التنبؤ بعدة طرق تختلف فيما بينها حسب طبيعة الظاهرة المراد التنبؤ بها ، وحسب نوع التنبؤ فى كونه تنبؤ قصير المدى أو تنبؤ طويل المدى ، وعادة يتم اختيار طريقة التنبؤ التى تتماشى مع كمية ونوعية المعلومات والبيانات الإحصائية المتوفرة ، ونوع التنبؤ المرغوب إجراءه ، ودرجة الدقة المطلوبة ، ومدى خبرة الإحصائي بتداول مثل هذه الطرق ، ومن الطرق الشائعة فى إجراء التنبؤ :

- طريقة استكمال الاتجاه العام .

- طريقة تحليل الانحدار .

وتبنى طريقة استكمال الاتجاه العام على فكرة أن الحاضر ما هو إلا امتداد للماضي ، وأن العوامل التى أثرت على الظاهرة فى الماضي سوف

تستمر في التأثير على الظاهرة في المستقبل بنفس درجة التأثير ، وأن تأثير تلك العوامل تعتبر دالة في الزمن ، وعلى ذلك يمكن استخدام الزمن كعامل مؤثر على الظاهرة المراد التنبؤ بقيمتها كبديل لتلك العوامل

ويجب ألا يغيب عن البال أن درجة الدقة في النتائج وبالتالي الثقة فيها تتناقص بزيادة فترة الاستكمال ، وعموما يجب ألا تتعدى فترة التنبؤ مثل فترة الاعتبار (الأساس) التي قيست الدالة منها ، وتنقسم دوال الاتجاه العام إلى ثلاثة أنواع حسب شكل المنحنى التاريخي للظاهرة :

- دوال كثيرة الحدود .

- دوال أسية .

- دوال لوجستية .

ويكتفي في هذا المقام النوع الأول بل وفي أبسط أشكالها وهي الدالة الخطية حيث $ص = أ + ب س$.

وللتنبؤ بخط الاتجاه العام للمثال محل الدراسة تتبع الآتي :



الجدول الإحصائي اللازم :

السنوات	س	ص	ص	ص = ١٨,٧ + ٤٥,٥ س
١٩٩٥	٠	٥٥	٤٥,٥	٠ + ٤٥,٥ =
١٩٩٦	١	٦٨	٦٤,٢	١ × ١٨,٧ + ٤٥,٥ =
١٩٩٧	٢	٦٩	٨٢,٩	
١٩٩٨	٣	٨٤	١٠١,٦	
١٩٩٩	٤	١٣٥	١٢٠,٣	
٢٠٠٠	٥	١٤٣	١٣٩,٠	
٢٠٠١	٦		١٥٧,٧	٦ × ١٨,٧ + ٤٥,٥ =
٢٠٠٢	٧		١٧٦,٤	
٢٠٠٣	٨		١٩٥,١	
٢٠٠٤	٩		٢١٣,٨	
٢٠٠٥	١٠		٢٣٢,٥	

ملاحظات :

١- أن فترة الأساس هي الفترة من ١٩٩٥ إلى ٢٠٠٠ وتبلغ ٥ سنوات .

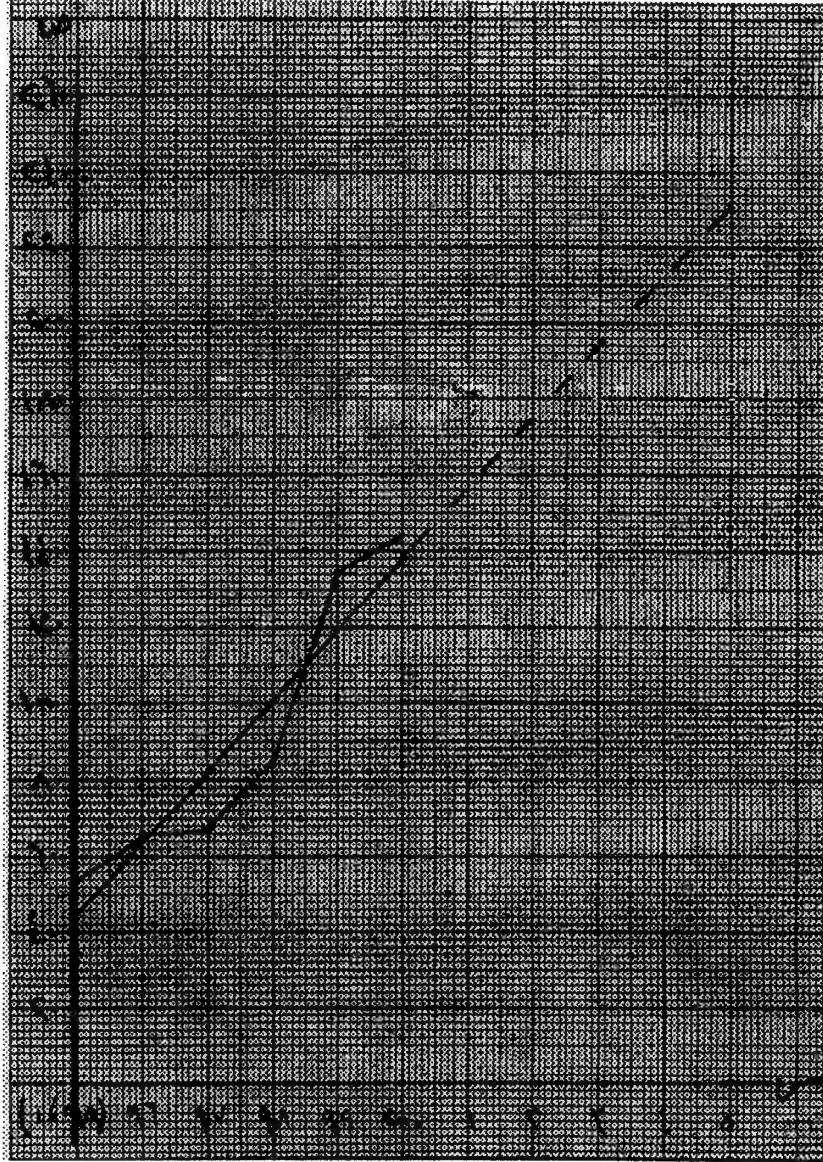
٢- أن فترة التنبؤ هي الفترة من ٢٠٠١ إلى ٢٠٠٥ وتبلغ ٥ سنوات .

٣- من الممكن جعل سنة الأساس والتي تساوي الصفر في منتصف



السلسلة الزمنية .

٤- يتضح ذلك فى العرض البيانى التالى :



عزل أثر الاتجاه العام :

يتم عزل (استبعاد) أثر الاتجاه العام عن طريق تحويل قيم السلسلة

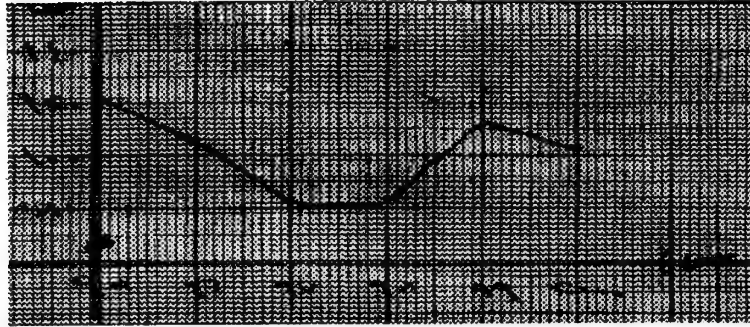
الزمنية إلى نسبة مئوية من القيم الاتجاهية المناظرة لها ، ومن ثم يكون

الناتج هو تأثير التغيرات الدورية والعرضية إذ لا يوجد تأثير للتغيرات

الموسمية في هذا المثال لكون البيانات سنوية ، ويتضح ذلك فيما يلي :

السنوات	ص (الفعلية)	ص (الاتجاهية)	$\frac{\text{ص}}{\text{ص}} \times 100$ (الدورية والعرضية)
١٩٩٥	٥٥	٤٥,٥	١٢١
١٩٩٦	٦٨	٦٤,٢	١٠٦
١٩٩٧	٦٩	٨٢,٩	٨٣
١٩٩٨	٨٤	١٠١,٦	٨٣
١٩٩٩	١٣٥	١٢٠,٣	١١٢
٢٠٠٠	١٤٣	١٣٩,٠	١٠٣

ويتضح ذلك بيانيا فيما يلي :

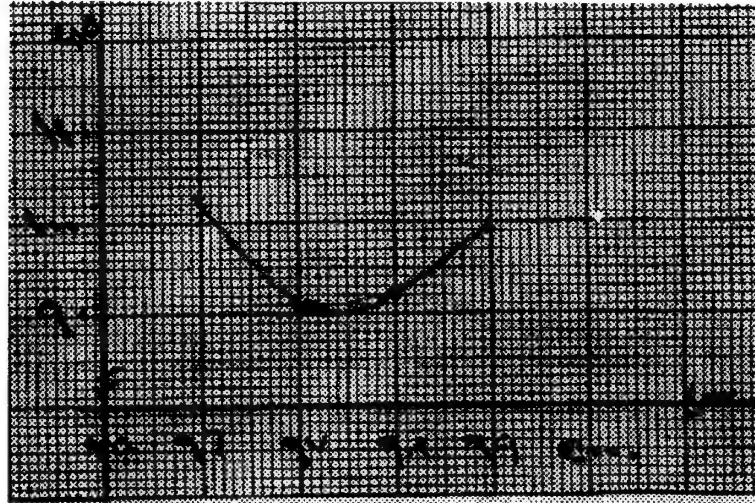




وأنه يأخذ متوسطات متحركة لقيم (التغيرات الدورية والعرضية) فإنه يكون قد عزل أثر التغيرات العرضية ويصبح الباقي هو تأثير التغيرات الدورية فقط ، ويتضح ذلك للمثال محل الدراسة كما يلي :

السنوات	١٩٩٥	٩٦	٩٧	٩٨	٩٩	٢٠٠٠
التغيرات الدورية العرضية $\frac{\text{ص} - ١٠٠ \times \text{ص}}{\text{ص}}$	١٢١	١٠٦	٨٣	٨٣	١١٢	١٠٣
المتوسطات المتحركة		١٠٣,٢	٩٠,٧	٩٢,٧	٩٩,٣	

ويتضح ذلك في العرض البياني التالي :



وبهذا يكون قد تم تحليل السلسلة الزمنية ومعرفة أثر كل متغيراتها .



مثال آخر يتناول بيانات شهرية (التغيرات الموسمية)

الجدول التالي يوضح نسب الأشغال الفندقية في محافظة القاهرة خلال

الفترة (٩٦ - ١٩٩٨) :

الشهور	السنوات											
	يناير	فبراير	مارس	أبريل	مايو	يونيو	يوليو	أغسطس	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر
١٩٩٦	٦٨	٦٤	٦٩	٦٨	٦٠	٥١	٤٦	٧٨	٧٠	٧٩	٦٨	٦٤
١٩٩٧	٦٤	٧٢	٦٦	٦٦	٦٨	٦٣	٧٢	٧٨	٦٨	٧٥	٧٣	٤١
١٩٩٨	٢٥	٣٧	٣٩	٣٥	٥٦	٥٤	٦٧	٧٣	٦٥	٦٣	٧٢	٦٥

المصدر : وزارة السياحة ، السياحة في أرقام .

والمطلوب : قياس التغيرات الموسمية .

الحل

الجدول الإحصائي اللازم :

السنوات والشهور	س	ص	س ص	س ^٢	ص ^٢ = ٦٧-٢٧،٢٥	ص ص × ١٠٠	دليل الموسم	التغيرات الموسمية (ص × دليل الموسم) ١٠٠
يناير ٩٦	٠	٦٨	٠	٠	٦٧	١٠١،٥	٨١،١	٥٤،٣
٢	١	٦٤	٦٤	١	٦٦،٧٣	٩٥،٥	٩٠،١	٦٠،١
٣	٢	٦٩	١٣٨	٤	٦٦،٤٦	١٠٣،٨	٩١،١	٦٠،١
٤	٣	٦٨	٢٠٤	٩	٦٦،١٩	١٠٢،٧	٨٨،٧	٥٨،٧
٥	٤	٦٠	٢٤٠	١٦	٦٥،٩٢	٩١	٩٧،٩	٦٤،٥
٦	٥	٥١	٢٥٥	٢٥	٦٥،٦٥	٧٧،٧	٩٠،٠	٥٩،١



تابع الجدول

٦٥,٨	١٠٠	٦٩,٩	٦٥,٨٣	٣٦	٢٧٦	٤٦	٦	٧
٨٠,٤	١٢٣,٥	١١٩,٨	٦٥,١١	٤٩	٥٤٦	٧٨	٧	٨
٧١,١	١١٠,٦	١٠٨,٦	٦٤,٤٨	٦٤	٥٦٠	٧٠	٨	٩
٧٦,٠	١١٧,٧	١٢٢,٣	٦٤,٥٧	٨١	٥١١	٧٩	٩	١٠
٧٥,٠	١١٦,٦	١٠٥,٨	٦٤,٣٠	١٠٠	٦٨٠	٦٨	١٠	١١
٦٠,١	٩٣,٥	١٠٠,٠	٦٤,٠٣	١٢١	٧٠٤	٦٤	١١	١٢
٥١,٧	٨١,١	١٠٠,٤	٦٣,٧٦	١٤٤	٧٦٨	٦٤	١٢	١٩٩٧ ١
٥٧,٢	٩٠,١	١١٣,٤	٦٣,٤٩	١٦٩	٩٣٦	٧٢	١٣	٢
٥٧,٦	٩١,١	١٠٤,٤	٦٣,٢٢	١٩٦	٩٢٤	٦٦	١٤	٣
٥٥,٨	٨٨,٧	١٠٤,٨	٦٢,٩٥	٢٢٥	٩٩٠	٦٦	١٥	٤
٦١,٤	٩٧,٩	١٠٨,٥	٦٢,٦٨	٢٦٥	١٠٨٨	٦٨	١٦	٥
٥٦,٢	٩٠,٠	١٠٠,٩	٦٢,٤١	٢٨٩	١٠٧١	٦٣	١٧	٦
٦٢,١	١٠٠,٠	١١٥,٩	٦٢,١٤	٣٢٤	١٢٩٦	٧٢	١٨	٧
٧٦,٤	١٢٣,٥	١٢٦,١	٦١,٨٧	٣٦١	١٤٨٢	٧٨	١٩	٨
٦٧,٨	١١٠,٦	١١٠,٤	٦١,٦٠	٤٠٠	١٣٦٠	٦٨	٢٠	٩
٧٢,٢	١١٧,٧	١٢٢,٣	٦١,٣٣	٤٤١	١٥٧٥	٧٥	٢١	١٠
٧١,٢	١١٦,٦	١١٩,٦	٦١,٠٣	٤٨٤	١٦٠٦	٧٣	٢٢	١١
٥٦,٨	٩٣,٥	٦٧,٧	٦٠,٧٩	٥٢٩	٩٤٣	٤١	٢٣	١٢
٤٩,١	٨١,١	٤١,٣	٦٠,٥٢	٥٧٦	٦٠٠	٢٥	٢٤	١٩٩٨ ١
٥٤,٣	٩٠,١	٦١,٤	٦٠,٢٥	٦٢٥	٩٢٥	٣٧	٢٥	٢
٥٤,٦	٩١,١	٦٥,٠	٥٩,٩٨	٦٧٦	١٠١٤	٣٩	٢٦	٣
٥٣,٠	٨٨,٧	٥٨,٦	٥٩,٧١	٧٢٩	٩٤٥	٣٥	٢٧	٤
٥٨,٢	٩٧,٩	٩٤,٢	٥٩,٤٤	٧٨٤	١٥٦٨	٥٦	٢٨	٥
٥٣,٢	٩٠,٠	٩١,٣	٥٩,١٧	٨٤١	١٥٦٦	٥٤	٢٩	٦



تابع الجدول

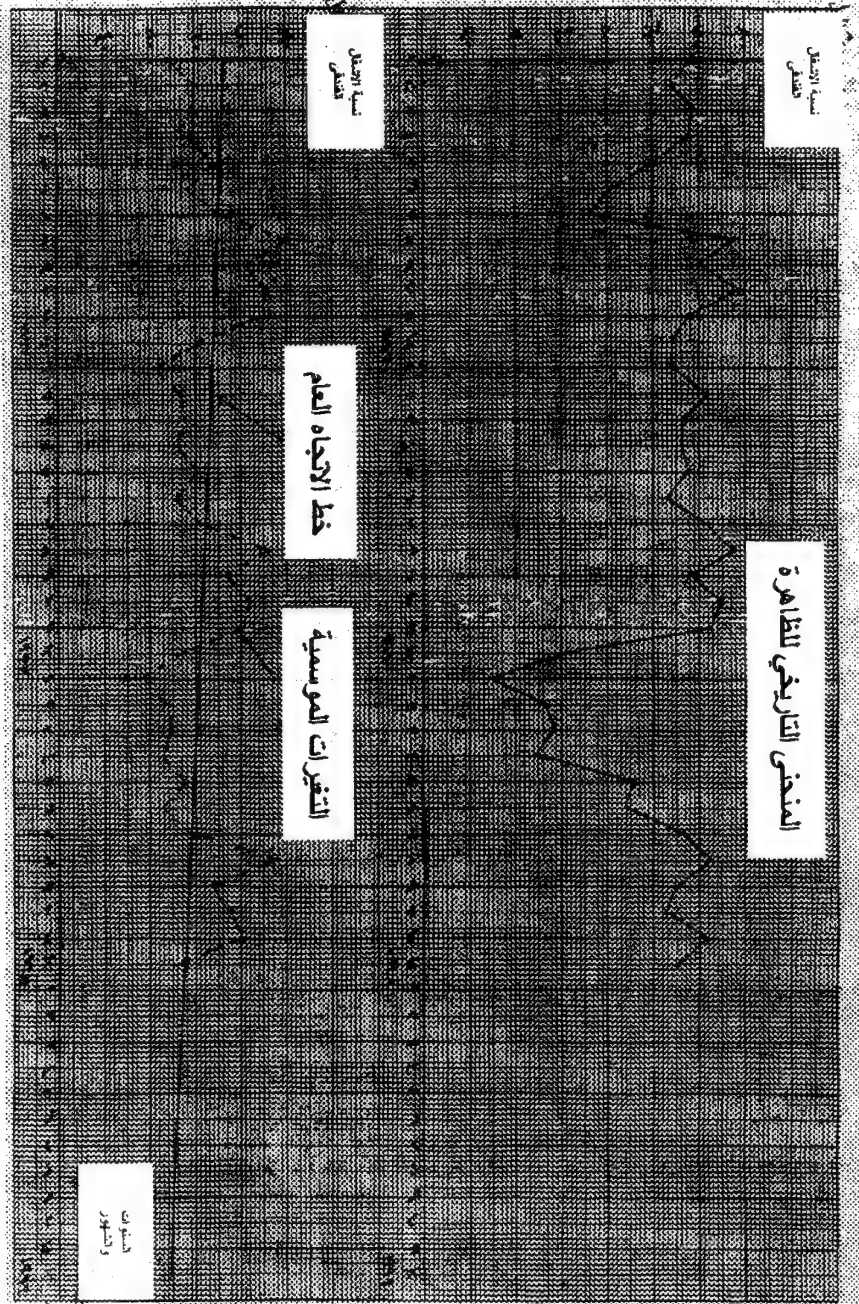
٥٨,٩	١٠٠,٠	١١٣,٨	٥٨,٩٠	٩٠,٠	٢٠١٠	٦٧	٣٠	٧
٧٧,٨	١٢٣,٥	١٢٤,٥	٥٨,٦٣	٩٦١	٢٢٦٣	٧٣	٣١	٨
٦٤,٣	١١٠,١	١١١,٤	٥٨,٣٦	١٠٢٤	٢٠٨٠	٦٥	٣٢	٩
٦٨,٤	١١٧,٧	١٠٨,٥	٥٨,٠٩	١٠٨٩	٢٠٧٩	٦٣	٣٣	١٠
٧١,٢	١١٦,٦	١٢٤,٥	٥٧,٨٢	١١٥٦	٢٤٤٨	٧٢	٣٤	١١
٥٦,٨	٩٣,٥	١١٢,٩	٥٧,٥٥	١٢٢٥	٢٢٧٥	٦٥	٣٥	١٢
/	/	٣٦٠٠	٢٢٤٢	١٤٩١٩	٣٨١٩٠	٢٢٤٢	٦٣٠	المجموع

التنبؤ بخط الاتجاه العام لعام ١٩٩٩ :

الجدول الإحصائي اللازم :

السنوات والشهور	س	ص = ٦٧ - ٠,٢٧ س	
١ ١٩٩٩	٣٦	٥٧,٢٨	
٢	٣٧	٥٧,٠١	
٣	٣٨	٥٦,٧٤	
٤	٣٩	٥٦,٤٧	
٥	٤٠	٥٦,٢٠	
٦	٤١	٥٥,٩٣	
٧	٤٢	٥٥,٦٦	
٨	٤٣	٥٥,٣٩	
٩	٤٤	٥٥,١٢	
١٠	٤٥	٥٤,٨٥	
١١	٤٦	٥٤,٥٨	
١٢	٤٧	٥٤,٣١	

وهذا ما يوضحه امتداد
خط الاتجاه العام
لعام ١٩٩٩





ملاحظات على جدول قياس التغيرات الموسمية :

(١) أن معادلة الاتجاه العام وهي $ص = ٦٧ - ٠,٢٧ س$ تم الحصول

عليها من بيانات نفس الجدول حيث :

$$ب = \frac{\text{مجموع ص} - \frac{\text{مجموع (مجموع ص)}}{ن}}{\text{مجموع ص}^2 - \frac{(\text{مجموع ص})^2}{ن}}$$

$$= \frac{٣٨١٩٠ - \frac{٢٢٤٢ \times ٦٣٠}{٣٦}}{١٤٩١٩ - \frac{٢٦٣٠^2}{٣٦}}$$

$$= - ٠,٢٧$$

$$٦٧ = \frac{\text{مجموع (مجموع ص)}}{ن} - ب \times \frac{\text{مجموع (مجموع ص)}}{ن} = ا$$

(٢) $\frac{ص}{ص} \times ١٠٠$ هو الإجراء اللازم لعزل التغيرات الاتجاهية

لتصبح التغيرات الباقية هي الموسمية والدورية والعرضية حيث :

$$ع = ج \times م \times د \times ع$$



$$\therefore م \times د \times ع = \frac{ي}{ج} \text{ أى } \frac{ص}{ص} \text{ والضرب فى مائة بهدف}$$

إيجاد قيم التغيرات الباقية كنسب مئوية .

(٣) دليل الموسم هو الإجراء اللازم لإيجاد قيم التغيرات الموسمية ، ويتم

حساب دليل الموسم طبقا للجدول الإحصائي التالى :

الموسم	السنة	١٩٩٦	١٩٩٧	١٩٩٨	المجموع	دليل الموسم
١	١٠١,٥	١٠٠,٤	٤١,٣	٢٤٣,٢	٨١,١	
٢	٩٥,٥	١١٣,٤	٦١,٤	٢٧٠,٣	٩٠,١	
٣	١٠٣,٨	١٠٤,٤	٦٥,٠	٢٧٣,٢	٩١,١	
٤	١٠٢,٧	١٠٤,٨	٥٨,٦	٢٦٦,١	٨٨,٧	
٥	٩١,٠	١٠٨,٥	٩٤,٢	٢٩٣,٧	٩٧,٩	
٦	٧٧,٧	١٠٠,٩	٩١,٣	٢٦٩,٩	٩٠,٠	
٧	٦٩,٩	١١٥,٩	١١٣,٨	٢٩٩,٦	١٠٠,٠	
٨	١١٩,٨	١٢٦,١	١٢٤,٥	٣٧٠,٤	١٢٣,٥	
٩	١٠٨,٦	١١٠,٤	١١١,٤	٣٣٠,٤	١١٠,١	
١٠	١٢٢,٣	١٢٢,٣	١٠٨,٥	٣٥٣,١	١١٧,٧	
١١	١٠٥,٨	١١٩,٦	١٢٤,٥	٣٤٩,٩	١١٦,٦	
١٢	١٠٠,٠	٦٧,٧	١١٢,٩	٢٨٠,٦	٩٣,٥	
المجموع	/	/	/	٣٦٠٠	١٢٠٠	



ودليل الموسم هو متوسط النسب المئوية لمجموع مواسم السنوات المختلفة ، ويتأتى دليل الموسم إذا تحقق أن $3600 \div 36 = 100$ ، أو $1200 \div 12 = 100$ وعلى ذلك فالعمود الأخير دليل الموسم خلال الفترة الزمنية (٩٦ - ١٩٩٨) .

الباب الخامس

الأرقام القياسية

الباب الخامس

الأرقام القياسية

يشتمل هذا الباب على النقاط التالية :

تمهيد :

- تعريف الرقم القياسي .
- استخدامات الأرقام القياسية .
- صيغ (طرق تركيب) الأرقام القياسية ك
 - في حالة متغير واحد .
 - في حالة عدة متغيرات .
- مشاكل تركيب الأرقام القياسية .
- بعض الأرقام القياسية الشائعة .
- تطبيقات _____ .



التمهيد :

عند دراسة تغير الظاهرة مع الزمن أو تغيرها من مكان لآخر أو
عند مقارنة تغيرات مجموعة من الظواهر الأمر يتطلب ضرورة استخدام
التغير النسبي دون التغير المطلق للأسباب التالية :

- ١- أن التغير النسبي أجدى كثيرا من التغير المطلق .
- ٢- أن التغير النسبي تعبير أدق عن مدى التغير في الظاهرة .
- ٣- عند المقارنة بين تغيرات ظواهر مختلفة فلا بد من الغاء وحدات
القياس وهذا لا يتأتى إلا باستخدام التغير النسبي .

مثال

إذا ارتفع سعر كوب الشاي من جنيه إلى جنيهان وإذا ارتفع سعر

تذكرة السفر من ١٠٠٠ جنيه إلى ١٠٥٠ جنيه فالمطلوب :

١- احسب التغير المطلق والتغير النسبي في ظاهرة ارتفاع الأسعار هذه .

٢- قارن بين التغير المطلق والتغير النسبي في تطور السعر هذا.



٣- بين هل التغير المطلق أم التغير النسبي أجدى فى المقارن بين ارتفاع
السعرين .

الحل

١- التغير المطلق فى سعر الشاي Δ س = $\overline{س} - س$

$$١ - ٢ = ١ \text{ جنيه}$$

التغير المطلق فى سعر التذكرة Δ س = $١٠٥٠ - ١٠٠٠ = ٥٠$ جنيه

$$\text{التغير النسبي المئوي} = \frac{\text{مجموع س}}{س} \times ١٠٠ =$$

$$\text{التغير النسبي المئوي لسعر الشاي} = \frac{٢}{١} \times ١٠٠ = ٢٠٠\%$$

$$\text{، التغير النسبي المئوي لسعر التذكرة} = \frac{١٠٥٠}{١٠٠٠} \times ١٠٠\% =$$

٢- التغير المطلق فى سعر كوب الشاي > التغير المطلق فى سعر التذكرة

التغير النسبي فى سعر كوب الشاي (١٠٠%) < التغير النسبي فى

سعر التذكرة (٥٠%) .



٣- يعتبر التغير النسبي هو الموضع للمقارنة الحقيقية بين ارتفاع
السعرين .

Index Number

تعريف الرقم القياسي :

هو مقياس إحصائي يستخدم لمقارنة الظاهرة في وضعين مختلفين
أحدهما يسمى بوضع المقارنة والآخر يسمى بوضع الأساس وذلك بهدف
قياس تغير الظاهرة سواء بالزيادة أو النقصان .

ملاحظات على التعريف :

- ١- أن الظاهرة قد تكون لمتغير واحد كسعر سلعة ما أو الكمية
المنتجة من سلعة ما أو الكمية المستهلكة من سلعة ما ... وقد
تكون لعدة متغيرات كأسعار مجموعة من السلع أو الكميات.
- ٢- أن عملية المقارنة تتم في صورة نسبة مئوية وذلك بقسمة
وضع المقارنة على وضع الأساس مضروباً في ١٠٠
- ٣- أن وضع المقارنة والأساس قد يكون وفقاً للزمن فيقال سنة



المقارنة وسنة الأساس ، وقد يكون وفقا للمكان فيقال مكان
المقارنة ومكان الأساس ، وسوف يقتصر في هذا الكتاب
على دراسة الأرقام القياسية وفقا للزمن فقط حيث ما يطبق
وفقا للزمن يمكن تطبيقه وفقا للمكان .

استخدامات الأرقام القياسية :

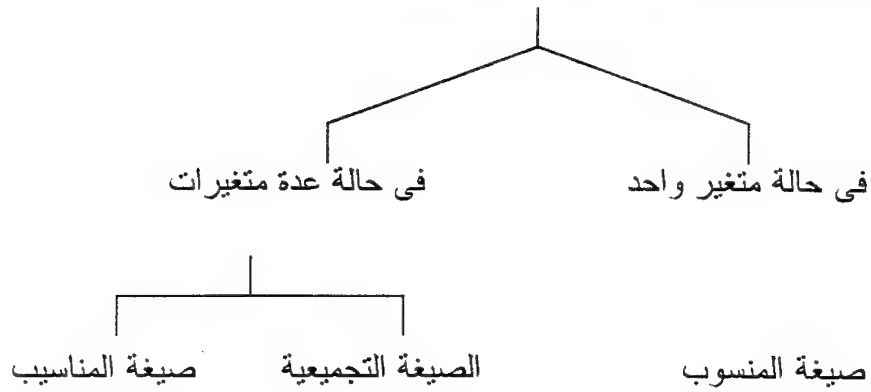
١-تستخدم الأرقام القياسية في التعرف على الأحوال الاقتصادية
وذلك بمقارنة أرقام الأسعار بغيرها من الأرقام ومنها أرقام
الإنتاج .

٢-التعرف على الاتجاه العام والتغيرات الموسمية لسلاسل الأرقام
القياسية بعد تركيبها على مر السنين لظواهر الإنتاج والمبيعات
والمخزون والصادرات والواردات لعديد من السلع الهامة .

٣-إمكان التنبؤ بالظاهرة وذلك باستخدام الأرقام القياسية الخاصة
بها، وإن كان من الواجب اتخاذ الحيطة عند استخدامها في هذا
الفرض ومراعاة بعض النواحي الإحصائية الهامة المتعلقة بها



صيغ (طرق تركيب) الأرقام القياسية :



أولاً : صيغة المنسوب :

أمثلة

مثال ١ : قارن بين سعر اللحوم في مصر عام ٢٠٠٠ بسعرها عام ١٩٠٠ على اعتبار أن عام ١٩٠٠ وضع أساس إذا علمت أن السلعة عام ٢٠٠٠ يساوي ٣٠ جنيه وفي عام ١٩٠٠ يساوي ١٥ جنيه .

الحل

$$\text{الرقم القياسي كمنسوب للسعر} = \frac{\text{السعر في سنة المقارنة}}{\text{السعر في سنة الأساس}} \times ١٠٠$$
$$= \frac{٣٠}{١٥} \times ١٠٠$$



$$200\% = 100 \times \frac{30}{15} =$$

وهذا يعنى أن أسعار اللحوم فى مصر عام ٢٠٠٠ زادت بنسبة ١٠٠%

عن سعرها فى عام ١٩٠٠ .

مثال ٢ : إذا كان سعر الكمبيوتر عام ١٩٩٥ يساوي ٣٠٠٠ جنيه وفى

عام ١٩٩٨ يساوى ٢٨٠٠ جنيه فقارن بين السعرين على اعتبار

عام ١٩٩٥ = ١٠٠ .

الحل

$$100 \times \frac{10}{10} =$$

$$93,30\% = 100 \times \frac{3000}{2800} =$$

وهذا يعنى أن سعر الكمبيوتر عام ١٩٩٨ (١٠ع) نقص بمقدار

٦,٧% عن سعره عام ١٩٩٥ (١٠ع) .

ملحوظة :

التعبير بأن عام ١٩٩٥ = ١٠٠ يقصد به أن عام ١٩٩٥ سنة الأساس .



مثال ٣ : إذا توفرت المعلومات التالية عن سلعة ما :

ع. = ١٨٠ جنيه ، ع. = ١٥٠ جنيه ، ك. = ٥٠٠٠ وحدة ، ك. = ٦٠٠٠ وحدة

المطلوب : ١- أوجد منسوب السعر .

٢- أوجد منسوب الكمية .

٣- أوجد منسوب القيمة .

الحل

$$\text{منسوب السعر} = \frac{١٥٠}{١٨٠} \times ١٠٠ = ٨٣,٣\%$$

$$\text{منسوب الكمية} = \frac{٦٠٠٠}{٥٠٠٠} \times ١٠٠ = ١٢٠\%$$

$$\text{منسوب القيمة} = \frac{٦٠٠٠ \times ١٥٠}{٥٠٠٠ \times ١٨٠} \times ١٠٠ = ١٠٠\%$$

تفسير الناتج :

- أن منسوب السعر نقص بمقدار ١٦,٧ % .

- أن منسوب الكمية زاد بمقدار ٢٠ % .

- أن منسوب القيمة لم يسجل أي تغير .



ويلاحظ أن استخدام منسوب السعر في المقارنة لا يمكننا إلا من وصف وجه واحد للظاهرة كسعر اللحوم فقط ، لكن إذا أردنا مقارنة مجموعة أسعار السلع الغذائية مثلا في وضعين مختلفين فإننا لا بد من استخدام متوسط مجموع الأسعار ، لذلك يستلزم الأمر حساب رقم قياسي يعبر عن التغير المتوسط للظاهرة ككل وليس لوجه منها فقط ، وهذا هو شأن علم الإحصاء حيث يتعامل مع الظواهر كبيرة العدد Law of large Number

ثانيا : الصيغة التجميعية :

للرقم القياسي التجميعي نوعين هما البسيط والمرجح .

أ - الرقم القياسي التجميعي البسيط :

مثال : فيما يلي بيان بأسعار عدة مشروبات بأحد الفنادق في عامي ١٩٩٥ ، ٢٠٠٠ .

المشروبات	أ	ب	ج	د
السنة	١٩٩٥	٢٠٠٠	١٩٩٥	٢٠٠٠
١	٣	٤	٥	٤,٥
٢	٥,٥	٦	٧	٦

والمطلوب : احسب الرقم القياسي التجميعي البسيط للسعر باعتبار عام

$$١٩٩٥ = ١٠٠ .$$



الحل

$$\text{الرفق القياسي التجميعي المبسط} = \frac{\text{مجموع أسعار سنة المقارنة}}{\text{مجموع أسعار سنة الأساس}} \times 100$$

$$100 \times \frac{\text{مجموع ع. ١٩٩٥}}{\text{مجموع ع. ٢٠٠٠}} = \text{سر}$$

وهكذا بالنسبة للكميات والقيم .

الجدول الإحصائي اللازم :

السلعة	ع. (١٩٩٥)	ع. (٢٠٠٠)
أ	٣	٥,٥
ب	٤	٦
ج	٥	٧
د	٤,٥	٦
المجموع	١٦,٥	٢٤,٥

$$\therefore \text{سر} = \frac{24,5}{16,5} \times 100 = 148,5\%$$

وهذا يعني أن الأسعار في عام ٢٠٠٠ قد زادت بنسبة ٤٨,٥ % عما كانت

عليه عام ١٩٩٥ .



ملاحظات :

أ - أن تركيب الرقم القياسي التجميعي البسيط يقوم على مقارنة متوسط أسعار سنة المقارنة بمتوسط أسعار سنة الأساس أي :

$$100 \times \frac{\text{مجموع } ١ \text{ ع}}{\text{مجموع } ٠ \text{ ع}} = 100 \times \frac{\frac{\text{مجموع } ١ \text{ ع}}{\text{ن}}}{\frac{\text{مجموع } ٠ \text{ ع}}{\text{ن}}} =$$

$$148,5\% = 100 \times \frac{4}{16,5} =$$

ب- من الممكن استخدام الوسط الهندسي بدلا من الوسط الحسابي المستخدم في الملاحظة السابقة كما يلي :

السلعة	منسوب السعر	لوس
أ	١٤٠	٢,١٤٦١
ب	١٥٠	٢,١٧٦١
ج	١٣٣,٣	٢,١٢٤٨
د	١٨٣,٣	٢,٢٦٣٢
المجموع		٨,٧١٠٣



$$\text{لو هـ} = \frac{\text{مجلوس}}{\text{ن}} = \frac{٨,٧١٠,٣}{٤} = ٢,١٧٧,٦$$

ومنها هـ = ١٥٠,٥%

ج- نظرا لكون تركيب الرقم القياسي التجميعي البسيط يقوم على استخدام المتوسط (متوسط مجموع أسعار سنة المقارنة ومتوسط مجموع أسعار سنة الأساس) ونظرا لكون المتوسط هذا قد أعطى جميع المفردات الداخلة في حسابه أوزان متساوية رغم اختلاف الأهمية النسبية لكل مفردة فقد تكون كميات المشروب (أ) أكبر من كميات المشروب (ج) أو، لذلك فإن القم القياسي الناتج رقم مضلل ، ولمعالجة هذا التضليل كان لابد من استخدام الترجيح فى تركيب القم القياسي .

ب- الرقم القياسي التجميعى المرجح :

يعنى الترجيح أن تعطى السلع وزن يتناسب مع أهميتها النسبية ،

وأوزان الترجيح الشائعة هي الكميات المتداولة من السلعة سواء

كميات سنة المقارنة أو كميات سنة الأساس.^(١)

(١) الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة الأساس (لاسيبير) :

$$I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100$$

مثال

من بيانات المثال السابق أوجد الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات

سنة الأساس إذا علمت أن كميات سنة الأساس هي ٣،٥ ، ٠،٥ ، ٣،٥ ، ٣،٥

الحل

الجدول الإحصائي اللازم :

السلعة	ع. ١٩٩٥	ع. ٢٠٠٠	ك. ١٩٩٥	ع. ك. (٢)	ع. ك. (٣)
أ	٣	٥،٥	٠،٦	٢،٧٥	١،٥
ب	٤	٦	٣،٥	٢١،٠٠	١٤،٠
ج	٥	٧	٥	٣٥،٠٠	٢٥،٠
د	٤،٥	٦	٣	١٨،٠٠	١٣،٥
المجموع	١٦،٥	٢٤،٥	/	٧٦،٧٥	٥٤،٠

^(١) يعتمد تركيب الرقم القياسي للأسعار يجب ترجيحه بالكميات ، وعند تركيب الرقم القياسي للأجور يجب ترجيحه بعدد العمال في كل فئة .

^(٢) القيمة الاعبارية للسلعة في سنة المقارنة .

^(٣) القيمة الاعبارية للسلعة في سنة الأساس .



$$١٤٢,١ = ١٠٠ \times \frac{٧٦,٧٥}{٥٤,٠٠} =$$

وهذا أن الأسعار قد ارتفعت بنسبة ٤٢,١% في عام ٢٠٠٠ عما كانت

عليه عام ١٩٩٥ وذلك بفرض ثبات الكميات المتداولة من السلع وفقا

لكميات سنة الأساس .

(٢) الرقم القياسي التجميعي المرجح بكميات سنة المقارنة (باش) :

$$١٠٠ \times \frac{\text{مجموع (ع. ١ ك. ١)}}{\text{مجموع (ع. ٠ ك. ٠)}} =$$

مثال

من بيانات المثال السابق أوجد الرقم القياسي (باش) إذا علمت أن كميات

سنة المقارنة هي ١,٥ ، ٥ ، ٧ ، ٣ .

الحل

الجدول الإحصائي اللازم :

السلعة	ع. ١٩٩٥	ع. ٢٠٠٠	ك. ١٩٩٥	ع. ١ ك. ٠	ع. ٠ ك. ١
أ	٣	٥.٥	٠,٦	٨,٢٥	٤,٥
ب	٤	٦	٣,٥	٣٠,٠٠	٢٠,٠
ج	٥	٧	٥	٤٩,٠٠	٣٥,٠
د	٤,٥	٦	٣	١٨,٠٠	١٣,٥
المجموع	١٦,٥	٢٤,٥	/	١٠٥,٢٥	٧٣,٠

$$\therefore \text{س} = \frac{105,25}{73} \times 100 = 144,2\%$$

وهذا يعنى أن الأسعار قد ارتفعت بنسبة ٤٤,٢% فى عام ٢٠٠٠ عما كانت عليه عام ١٩٩٥ وذلك الفرض ثبات الكميات المتداولة من السلع وفقا لكميات سنة المقارنة (الكميات الفعلية) .

(٣) الرقم القياسي (فيشر) :

هو رقم يعتمد فى تركيبه على رقمى لاسبير وباش أي هو الرقم القياسي المرجح بكميات سنة المقارنة والرقم القياسي المرجح بكميات سنة الأساس ، ويسمى بالرقم القياسي الأمثل لأنه يتغلب على ما قد يعترى الرقمين السابقين من مأخذ ناتجه عن التطرف فى تأثير أوزان الترجيح .

$$\therefore \text{س} (\text{باش أو الأمثل}) = \sqrt{100 \times \frac{\text{مجموع ك.ك.} \cdot \text{مجموع ك.ك.}}{\text{مجموع ك.ك.} \cdot \text{مجموع ك.ك.}}}$$

مثال

من بيانات المثال السابق أوجد الرقم القياسي الأمثل .



الحل

$$r(\text{الأمثل}) = \sqrt{144,2 \times 142,1} = 143,1\%$$

وواضح أن رقم فيشر يتوسط رقم لاسبير ورقم باش حيث أنه هو الوسط الهندسي لرقمى لاسبير وباش ، كما يتضح أنه يحد من أثر التطرف فى الرقمين .

وعلى ما سبق يتضح أنه قد تم إيجاد معظم التراكيب المختلفة للأرقام القياسية (للأسعار) ، ألا أنه بنفس التراكيب يمكن إيجاد الرقم القياسي للكميات ، أو الرقم القياسي لتطور الإنتاج فى قطاع ما أو لمجموعة من القطاعات الإنتاجية ، أو الرقم القياسي لتطور العمالة فى قطاع ما أو لمجموعة من القطاعات الإنتاجية أو الخدمية ، باختصار يمكن استخدام الرقم القياسي فى دراسة تطور الظاهرة أيا كان مجال الدراسة ، وما اقتصرنا فيما سبق على الرقم القياسي للأسعار إلا كوسيلة لعرض تراكيب الرقم القياسي .



خصائص الرقم القياسي الجيد :

بداية لا يجوز القول بأن تركيبة ما للرقم القياسي هي الأفضل من تركيبة أخرى حيث يتوقف ذلك على مجال الدراسة والهدف منها فمثلا :

- إذا أردنا دراسة التغير في نفقة المعيشة بهدف معرفة ما هي تكلفة المعيشة اللازمة للمحافظة على مستوى استهلاكى معين، فإنه يتم الترجيح بكميات سنة الأساس حيث المطلوب هو المحافظة على نفس مستوى المعيشة .

- وإذا أردنا دراسة ما طرأ به نفقة المعيشة الفعلية ، فإنه يتم الترجيح بكميات سنة المقارنة .

وفوق ذلك فإن للرقم القياسي الجيد خصائص منها :

(١) الانعكاس فى الزمن (البديل الزمنى) :

وهو أن نستبدل رموز سنة المقارنة برموز سنة الأساس والعكس

$$\frac{\text{مجموع } ١ \text{ ك}}{\text{مجموع } ١ \text{ ع}} = \text{البديل الزمني لرقم لاسير}$$



$$\frac{\text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.}} = \text{البديل الزمني لرقم باش}$$

$$\sqrt{\frac{\text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.}} \times \frac{\text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.}}} = \text{البديل الزمني لرقم فيشر}$$

والقاعدة إذا كان الرقم القياسي \times بديله الزمني = ١ فإن الرقم القياسي

جيد ، ويلاحظ أن رقم لاسبير و رقم باش لم يجتازا هذا الاختبار

(القاعدة) ، أما رقم فيشر هو الذى يجتاز هذا الاختبار فمثلا بالنسبة لرقم

لاسبير :

$$1 \neq \frac{\text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.}} \times \frac{\text{م.ع.ك.}}{\text{م.ع.ك.}}$$

(٢) الانعكاس فى المعامل :

إذا كان الرقم القياسي الأصى هو الرقم القياسي للأسعار ، وأنه

إذا تم استبدال السعر بالكمية والكمية بالسعر ، فإن الناتج هو البديل

المعاملى للرقم القياسي الأصى .

$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{م.ع.}}{\text{م.ع.}} \times 100 \quad \text{بديله المعاملى} = \frac{\text{م.ك.}}{\text{م.ك.}} \times 100$$



$$\text{الرقم القياسي} = \frac{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}} \times ١٠٠ = \text{بديله المعاملي} \times \frac{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}} \times ١٠٠$$

، وهكذا لباقي الأرقام القياسية .

$$\text{والقاعدة إذا كان الرقم القياسي} \times \text{بديله المعاملي} = \text{منسوب القيمة} \times \frac{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}$$

فإن الرقم القياسي هذا رقم جيد .

ويلاحظ أن رقم لاسبير وباش لم يجتازا هذا الاختبار (القاعدة) بينما رقم

فيشر هو الذي يجتاز حيث :

$$\text{منسوب القيمة} \neq \frac{\text{مجموع ١.ك.}}{\text{مجموع ١.ع.}} \times \frac{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}$$

$$\text{منسوب القيمة} \neq \frac{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}} \times \frac{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}$$

$$\text{منسوب القيمة} \neq \frac{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}} \times \frac{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}$$

$$\text{منسوب} = \frac{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}} \times \frac{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}} \times \frac{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}{\text{مجموع ١.ك.} - \text{مجموع ١.ع.}}$$



القيمة أي أن الرقم القياسي فيشر هو الوحيد الذى يجتاز اختبار الإنعكاس
فى المعامل .

مشاكل تركيب الأرقام القياسية :

١ - المعاينة (اختيار السلع) :

عند تركيب الأرقام القياسية يتم استخدام الطريقة العمدية فى
اختيار السلع (أو المفردات) الداخلة فى التركيب ، وللعينة العمدية مشاكلها
الإحصائية التى يجب مراعاتها ، فعند تركيب الرقم القياسي للأسعار مثلا
يتم أخذ عدد من السلع تمثل السلع المتداولة فى السوق .

٢ - اختيار فترة الأساس :

أن اختيار فترة الأساس بشكل خاطئ يؤدى إلى الحصول على
مقاييس (أرقام قياسية) مضلله أو عديمة المعنى ، لذلك يجب أن تكون
فترة الأساس خالية من الهزات والتقلبات الاقتصادية والاجتماعية
والمناخية ، لذلك إذا تم اختيار إحدى سنوات الكساد كسنة أساس فإن الرقم
القياسي الناتج يكون كبير بشكل مصطنع ولا يعبر عن التغيرات الفعلية



للظاهرة ، والعكس إذا تم اختيار إحدى سنوات التضخم كسنة أساس فإن الرقم القياسي الناتج يكون صغير بشكل مصطنع . غير معبر عن الظاهرة- والخلاصة أن قيمة فترة الأساس تكون قيمة عادية لا مرتفعة ولا منخفضة . كما يجب أن تكون سنة الأساس قريبة من سنة المقارنة إذا وجود فترة طويلة بينهما يؤثر على دلالة الرقم القياسي .

٣- اختيار الأوزان :

أن تعطى الأهمية النسبية للمتغيرات الداخلة فى تركيب الرقم القياسي وفقا للنظرية الاقتصادية .

٤- اختبار المتوسط :

يعتبر المتوسط الحسابي أكثر المتوسطات استخداما فى تركيب الأرقام القياسية ويندر استخدام الوسيط والمنوال .

الأرقام القياسية الشائعة :

تحرص الجهات المسؤولة فى جميع دول العالم على حساب الأرقام القياسية للمؤشرات الاقتصادية والاجتماعية ومن أمثلة هذه الأرقام:



١- الرقم القياسي لنفقة المعيشة (أسعار المستهلكين) .

٢- الرقم القياسي لأسعار الجملة .

٣- الرقم القياسي للأجور .

٤- الرقم القياسي للإنتاج .

٥- الرقم القياسي لتنفيذ الخطة .



تطبيقات :

حاله (١)

الجدول التالي يبين الدخل والعمالة في قطاعات الإنتاج المختلفة عامي ٢٠٠٣ ، ٢٠٠٠ (أرقام فرضية) .

(الدخل بالمليون جنيه ، والعمالة بالآلاف عامل)

٢٠٠٣		٢٠٠٠		قطاع الإنتاج
العمالة	الدخل	العمالة	الدخل	
٤٢١٢	١٢٨٠	٤١٣٤	٩٣٣	زراعة
١١٥٠	٨٤٤	١٠٨٧	٥٨٩	صناعة
٣٨	٤٨	٣٥	٤٦	كهرباء
٣١٥	١٣٥	٣٤٨	١٢١	تشديد
٣٣١٥	١٨٠٤	٣١٠٦	١٢٦٧	خدمات
٩٠٣٠	٤١١١	٨٧١٠	٢٩٥٦	الإجمالي

والمطلوب :

١- احسب إنتاجية العامل في كل قطاع .

٢- احسب الرقم القياسي للإنتاجية في عام ٢٠٠٣ باعتبار عام ٢٠٠٠ =

١٠٠ ، وباعتبار هيكل العمالة في سنة المقارنة كأوزان للترجيح .

الحل

إنتاجية العمال في القطاع = $\frac{\text{الدخل الناتج من القطاع}}{\text{عدد العمال في القطاع}}$

(قيمت في ولف (١٧) : ٠٠٠٢ : ٥٦٦١ رصفت في لها لعمدا

الزخم القياسي للإنتاجية $\bar{X} = 5.661$ $\frac{\text{مجموع العنصر}}{\text{مجموع ك}}$		مجموع ع ك مجموع ك	رقم الترتيب ولفها $100 \times$ ولفها فيلفها في المعيار
3	3		
حيث ع ك هي إنتاجية العامل في السنة للمقارنة ، ع نلاحظ حينئذ ٥٠١	هي إنتاجية العامل في سنة الأساس ، ك هي هيكل العمل في سنة المقارنة م (حينئذ نقولاً) حينئذ ٣ ولعلنا نجد أحسنه حينئذ ٥٠١	٥٠١ ٣ ٥٠١	٥٠١ ٥ ٥٠١
الجدول الإحصائي للآزم :	١	٥٠	٥٠

القطاع	.ع	١ع	ك١	ع. ك١	١ع الإجمالي
زراعة	٢٢٥,٧	٣٠٣,٩	٤٢١٢	٩٥٠,٦٤٨,٤	١٢٨٠٠,٢٦,٨
صناعة	٥٤١,٩	٧٣٣,٩	١١٥٠	٦٢٣١٨٥,٠	٨٤٣٩٨٥,٠
كهرباء	١٣١٤,٣	١٢٦٣,٢	٣٨	٤٩٩٤٣,٤	٤٦٩٧٥,٦
تشبيد	٣٤٧,٧	٤٢٨,٦	٣٦٥	١٠٩٥٢٥,٥	١٣٥٠٠,٩,٠
خدمات	٤٠٧,٩	٥٤٤,٢	٣٣١٥	١٣٥٢١٨٨,٥	١٨٠٤٠,٢٣,٥
الإجمالي	٢٨٣٧,٥	٣٢٧٣,٨		٣٠٨٥٤٩٨,٨	٤١١٠٠,١٩,٤
٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,٢	٠,٢
٥,٧	٥,٧	٥,٧	٥,٧	٥,٧	٥,٧
الرقم القياسي للإنتاجية =					
٥,٥٨	٥,٥٨	٥,٥٨	٥,٥٨	٥,٥٨	٥,٥٨



حاله (٢)

الجدول التالي يبين أهم مواد البناء ونسبتها في إجمالي تكاليف البناء وكذا أسعارها في عامي ١٩٩٥ ، ٢٠٠٠ (الأرقام فرضية) .

أهم مواد البناء ونسبتها في إجمالي تكاليف البناء	المادة	% ك	أسعار علم ١٩٩٥	أسعار علم ٢٠٠٠
			ع.	ع
الأسمنت	١٠	١٠	١٥ جنيه للطن	٢٠
الحديد	١٠	١٠	١٠٠ جنيه للطن	١٥٠
الخشب	١٠	١٠	٤٥ جنيه للمتر	٩٠
الطوب	٥	٥	٦ جنيه (الألف طوبه)	٩
العمالة	١٥	١٥	٠,٩ جنيه متوسط أجر العامل	١,٨
الحملة	٥٠	٥٠	/	/

والمطلوب :-

إنشاء الرقم القياسي لتكاليف البناء في عام ٢٠٠٠ باعتبار عام ١٩٩٥ = ١٠٠

ك	ع.	ع	$\frac{ع}{١٠٠} \times ك$	$\frac{ع}{١٠٠} \times ك$
١٠	١٥	٢٠	١٣	١٣٣,٣
١٠	١٠٠	١٥٠	١٥٠	١٥٠
١٠	٤٥	٩٠	٢٠	٢٠٠
٥	٦	٩	٧,٥	١٥٠
١٥	٠,٩	١,١	٣٠	٢٠٠
٥٠	/	/	٨٥,٥	٨٣٣,٣



وعلى ذلك فالرقم القياسي لتكاليف البناء هو الرقم القياسي للمناسيب
المرجح .

$$\text{الرقم القياسي لتكاليف البناء} = \frac{\text{مجموع} \frac{\text{ع. ١٤} \times \text{ك}}{\text{ع. ١٤}}}{\text{مجموع ك}} \times ١٠٠ =$$

$$= \frac{٨٥,٥}{٥٠} \times ١٠٠ = ١٧١\%$$

أي أن تكاليف البناء في عام ٢٠٠٠ قد زادت بنسبة ٧١% عما كانت
عليه عام ١٩٩٥ .

ملحوظة : ماذا لو تم إيجاد الرقم القياسي بدون ترجيح .

الحل

$$\text{الرقم القياسي للمناسيب (كوسط حسابي)} = \frac{\text{مجموع} \frac{\text{ع. ١٤}}{\text{ع. ١٤}}}{\text{ن}} \times ١٠٠ = \text{حيث ن عدد المفردات}$$

$$= \frac{٨٣٣,٣}{٥}$$

$$= ١٦٦,٧\%$$

وهو الرقم مضلل لماذا؟



حاله (٣)

الجدول التالي يوضح الكميات المباعة وسعر البيع لثلاث سلع في عامي

٢٠٠٣، ٢٠٠٠ .

السلع	عام ٢٠٠٠		عام ٢٠٠٣	
	الكمية (ك.)	السعر (ع.)	الكمية (ك.)	السعر (ع.)
أ	١٠٠	١٠	١٥٠	٨
ب	٢٠٠	٦	٢٤٠	٥,٤
جـ	٣٠٠	٥	٣٣٠	٤,٧٥

والمطلوب :

تركيب الرقم القياسي لقيمة المبيعات باعتبار عام ٢٠٠٠ = ١٠٠

الحل

الجدول الإحصائي اللازم :

السلع	ع ١ ك ١	ع . ك .
أ	١٢٠٠	١٠٠٠
ب	١٢٩٦	١٢٠٠
جـ	١٥٦٧,٥	١٥٠٠
المجموع	٤٠٦٣,٥	٣٧٠٠



$$\text{الرقم القياسي لقيمة المبيعات} = \frac{\text{مجموع قيم السلع في سنة المقارنة}}{\text{مجموع قيم السلع في سنة الأساس}} \times 100$$

$$= \frac{\text{مجموع قيم السلع في سنة المقارنة}}{\text{مجموع قيم السلع في سنة الأساس}} \times 100$$

$$= 100 \times \frac{4063,5}{3700} = 109,82\%$$

وهذا يعنى أن قيمة المبيعات قدرات بمعدل ٩,٨٢% فى سنة المقارنة عما كانت عليه فى سنة الأساس .

ملحوظة :

لمعرفة سبب هذه الزيادة هل راجعه إلى زيادة الكميات المباعة من السلع أم إلى نقص أسعارها نتبع الآتى :

أ - تركيب الرقم القياسي للأسعار وذلك لمقارنة أسعار سنة المقارنة بأسعار سنة الأساس ، وباستخدام الترجيح بكميات سنة المقارنة (باش) لمعالجة مشكلة التضليل :



∴ الرقم القياسي للأسعار المرجح بكميات سنة المقارنة (باش) =

$$= \frac{\text{مجموع } ١ \text{ ك.ع.}}{\text{مجموع } ١ \text{ ك.ع.}} \times ١٠٠$$

، الجدول الإحصائي اللازم :

السلع	١ ك.ع. ١	١ ك.ع. ٢
أ	١٢٠٠	١٥٠٠
ب	١٢٩٦	١٤٤٠
ج	١٥٦٧,٥	١٦٥٠
المجموع	٤٠٦٣,٥	٤٥٩٠

$$\therefore \text{س} = ١٠٠ \times \frac{٤٠٦٣,٥}{٤٥٩٠} = ٨٨,٥\%$$

وهذا يعنى أن الأسعار قد نقصت فى عام المقارنة بمعدل ١١,٥% عما كانت عليه فى سنة الأساس .

ب- تركيب الرقم القياسي للكميات . ذلك لمقارنة الكميات المباعة فى سنة المقارنة بالكميات المباعة فى سنة الأساس ، وباستخدام الترجيح بأسعار سنة الأساس (الاسبير) لمعالجة مشكلة التضليل :

٢. الرقم القياسي للكميات المرجح بأسعار سنة الأساس (الاسير) =

$$= \frac{\text{م.ك.ع.}}{\text{م.ك.ع.}} \times 100$$

، الجدول الإحصائي اللازم :

السلع	ك.ع.	ك.ع.
أ	١٥٠٠	١٠٠٠
ب	١٤٤٠	١٢٠٠
ج	١٦٥٠	١٥٠٠
المجموع	٤٥٩٠	٣٧٠٠

$$\therefore = 100 \times \frac{4590}{3700} = 124,1\%$$

وهذا يعنى أن الكميات المباعة من السلع قد زادت بمعدل ٢٤,١% فى سنة المقارنة عما كانت عليه فى سنة الأساس .

حاله (٤)

الجدول التالي يوضح الكمية المنتجة وتكلفة الوحدة منها لشركتين أ ، ب

يقومان بإنتاج سلعة ما فى عامى ٢٠٠٠ ، ٢٠٠٣ .



٢٠٠٣			٢٠٠٠			الشركة
الكمية (ك.)	تكلفة الوحدة (ت.)	% للشركة في الإنتاج	الكمية (ك.)	تكلفة الوحدة (ت.)	% للشركة في الإنتاج	
٤٠٠	٦	٨٠%	٣٠٠	٥,٧	٥٠%	أ
١٠٠	٥	٢٠%	٣٠٠	٤,٥	٥٠%	ب
٥٠٠	/	١٠٠%	٦٠٠	/	١٠٠%	الجملة

والمطلوب :

تركيب الرقم القياسي لمتوسط تكلفة الإنتاج باعتبار عام ٢٠٠٠ = ١٠٠

الحل

$$\text{الرقم القياسي لمتوسط تكلفة الإنتاج} = \frac{\text{متوسط تكلفة الوحدة في سنة المقارنة}}{\text{متوسط تكلفة الوحدة في سنة الأساس}} \times ١٠٠$$

$$١٠٠ \times \frac{\frac{\text{م.ك. ١ ت. ١}}{\text{م.ك. ١}}}{\frac{\text{م.ك. ٢ ت. ٢}}{\text{م.ك. ٢}}} =$$

$$١٠٠ \times \frac{\frac{(٤,٥ \times ٣٠٠) + (٥,٧ \times ٣٠٠)}{٦٠٠}}{\frac{(٥ \times ١٠٠) + (٦ \times ٤٠٠)}{٥٠٠}} =$$

$$\%٨٧,٩ = ١٠٠ \times \frac{٥,١}{٥,٨} =$$



وهذا يعنى أن متوسط تكلفة الإنتاج قد نقصت بمعدل ١٤,١% فى سنة المقارنة عما كانت عليه فى سنة الأساس .

ملحوظة :

لمعرفة السبب فى هذا النقص هل راجع إلى نقص فى تكلفة الوحدة أم إلى تغير فى هيكل^(١) نتبع الآتى :

$$\text{أ- أثر نقص التكلفة} = \frac{\text{متوسط تكلفة الوحدة فى سنة المقارنة}}{\text{متوسط تكلفة الوحدة فى سنة الأساس لكن بهيكل المقارنة}} \times 100$$

$$100 \times \frac{\frac{\text{مجموع تكاليف أ ت ١}}{\text{مجموع أ ت ١}}}{\frac{\text{مجموع تكاليف أ ت ١}}{\text{مجموع أ ت ١}}} =$$

$$100 \times \frac{5,1}{\frac{(5 \times 300) + (6 \times 300)}{600}} =$$

$$92,7\% = 100 \times \frac{5,1}{5,5} =$$

^(١) التغير فى هيكل الإنتاج يعنى التوسع فى الشركة ذات التكلفة الأكل ، وتقليل إنتاج الشركة ذات التكلفة الأعلى .



وهذا يعنى أن نقص تكلفة الوحدة قد تسبب فى نقص متوسط تكلفة

الوحدة المنتجة بمعدل ٧,٣% فى سنة المقارنة عما كانت عليه فى سنة

الأساس .

ب- أثر تغير الهيكل = $\frac{\text{متوسط تكلفة الوحدة فى سنة المقارنة لكن بتكلفة الأساس}}{\text{متوسط تكلفة الوحدة فى سنة الأساس}} \times 100$

$$100 \times \frac{\frac{\text{ج.ك. ت.}}{\text{ج.ك.}}}{\frac{\text{ج.ك. ت.}}{\text{ج.ك.}}} =$$

$$100 \times \frac{5.5}{\frac{(5 \times 100) + (6 \times 400)}{500}} =$$

$$94.8\% = 100 \times \frac{5.5}{5.8} =$$

وهذا يعنى أن متغير الهيكل قد تسبب فى نقص تكلفة الوحدة المنتجة

بمعدل قدرة ٥,٢% .



حالة (٥)

إذا كان المستهدف في خطة شركة نقل سياحي هو القيام بالانتقالات الداخلية لعدد ٥٠٠٠٠ سائح في شهر ما ، وقد تبين أن الشركة قد قامت بهذا العمل لعدد ٦٠٠٠٠ سائح ، فما هو الرقم القياسي لتنفيذ الخطة .

الحل

$$\text{الرقم القياسي لتنفيذ الخطة} = \frac{\text{الفعلي}}{\text{الوارد بالخطة}} \times 100$$

$$100 \times \frac{60000}{50000} =$$

$$= 120\%$$

أي أن الخطة تم تنفيذها مع زيادة قدرها ٢٠%

حالة (٦)

البيانات التالية تمثل متوسط أجر العامل في أربع فنادق في عامي

٢٠٠٠ ، ٢٠٠٣ .

الفندق	٢٠٠٠		٢٠٠٣	
	متوسط أجر العامل	عدد العمال	متوسط أجر العامل	عدد العمال
أ	٢٤	٦	٣٠	٨
ب	٣٢	٢	٣٨	١٣
ج	٤١	٤	٤٥	٧
د	٢٧	٥	٣٥	٦

والمطلوب :

١- أوجد الرقم القياسي الأمثل لمتوسط أجر العامل باعتبار عام

$$٢٠٠٠ = ١٠٠ .$$

٢- إذا علمت أن الرقم القياسي لنفقة المعيشة عام $٢٠٠٠ = ١٢٤$ فما هو

التغير الحقيقي في مستوى أجور العمال .

$$س (لاسيير) = \frac{بج (٥ \times ٣٥ + ٤ \times ٤٥ + ٢ \times ٣٨ + ٦ \times ٣٠)}{بج (٥ \times ٢٧ + ٤ \times ٤١ + ٢ \times ٣٢ + ٦ \times ٢٤)} \times ١٠٠$$

$$= ١٠٩,٦ \%$$

$$س (باش) = \frac{بج (٦ \times ٣٥ + ٧ \times ٤٥ + ١٣ \times ٣٨ + ٨ \times ٣٠)}{بج (٦ \times ٢٧ + ٧ \times ٤١ + ١٣ \times ٣٢ + ٨ \times ٢٤)} \times ١٠٠$$

$$= ١١٩ \%$$



$$\text{م فيشر} = \frac{119 \times 109,6}{114,3} = 114,3\%$$

وهذا يعنى زيادة متوسط أجر العمال بمعدل ١٤,٣% فى سنة المقارنة عما كانت عليه فى سنة الأساس .

$$\text{الرقم القياسى للأجور الحقيقية} = \frac{\text{الرقم القياسى للأجور}}{\text{الرقم القياسى لنفقة المعيشة}} \times 100$$

$$100 \times \frac{114,3}{124} =$$

$$92\% =$$

وهذا يعنى نقص فى متوسط الأجر للعمال فى عام ٢٠٠٣ عما كان عليه فى عام ٢٠٠٠ ، والنقص بمعدل ٨% .

حالة (٧)

الجدول التالى يوضح الإيرادات السياحية بالمليون جنيه خلال الفترة

٢٠٠٠/١٩٩٩ .



السنوات	١٩٩٩	٢٠٠٠	٢٠٠١	٢٠٠٢	٢٠٠٣
الإيرادات السياحية	٣١٠	٢٧٦	٥٩٨	٨٢٦	٩٣١

والمطلوب :

١- أوجد الرقم القياسي لتطور الظاهرة سنة بعد أخرى

(الأساس المتحرك)

٢- أوجد الرقم القياسي لتطور الظاهرة بالنسبة لسنة ١٩٩٩

(الأساس الثابت) .

الحل

١- باستخدام الأساس المتحرك :

السنوات	الإيرادات	الرقم القياسي	ملاحظات
١٩٩٩	٣١٠	-	
٢٠٠٠	٢٧٦	٨٩ ^(١)	نقص بمقدار ١١%
٢٠٠١	٥٩٨	٢١٦,٦	زيادة بمقدار ١١٦,٦%
٢٠٠٢	٨٢٦	١٣٨	زيادة بمقدار ٣٨%
٢٠٠٣	٩٣١	١١٣	زيادة بمقدار ١٣%

$$= ٨٩\% = \frac{٢٧٦}{٣١٠} \times ١٠٠ \text{ هكذا}$$



٢- باستخدام الأساس الثابت :

السنوات	الإيرادات	الرقم القياسي	ملاحظات
١٩٩٩	٣١٠	-	
٢٠٠٠	٢٧٦	٨٩	نقص بمقدار ١١%
٢٠٠١	٥٩٨	١٩٣	زيادة بمقدار ٩٣%
٢٠٠٢	٨٢٦	٢٦٧	زيادة بمقدار ١٦٧%
٢٠٠٣	٩٣١	٣٠٠	زيادة بمقدار ٢٠٠%



الجدول الإحصائية

جدول 1 : المساحات تحت المنحنى الطبيعي القياسي

Areas of a Standard Normal distribution



z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	.0013									
1	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
2	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
3	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
4	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
6	.0082	.0080	.0078	.0077	.0075	.0074	.0072	.0071	.0069	.0068
7	.0107	.0104	.0102	.0099	.0098	.0096	.0095	.0093	.0091	.0090
8	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
9	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
10	.0227	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0193	.0188	.0183
11	.0267	.0261	.0254	.0248	.0242	.0236	.0230	.0224	.0219	.0213
12	.0359	.0351	.0344	.0338	.0332	.0325	.0319	.0312	.0306	.0300
13	.0446	.0438	.0430	.0424	.0418	.0411	.0405	.0398	.0392	.0386
14	.0540	.0532	.0525	.0518	.0512	.0505	.0499	.0492	.0486	.0480
15	.0658	.0650	.0643	.0636	.0629	.0623	.0616	.0610	.0603	.0597
16	.0808	.0799	.0791	.0784	.0777	.0770	.0763	.0756	.0750	.0743
17	.0968	.0959	.0951	.0943	.0936	.0929	.0922	.0915	.0908	.0901
18	.1151	.1141	.1131	.1122	.1113	.1104	.1095	.1086	.1078	.1069
19	.1357	.1345	.1334	.1322	.1311	.1300	.1289	.1278	.1267	.1256
20	.1587	.1572	.1558	.1543	.1528	.1512	.1497	.1481	.1466	.1450
21	.1841	.1824	.1808	.1792	.1776	.1760	.1744	.1728	.1712	.1696
22	.2119	.2092	.2065	.2038	.2015	.1992	.1969	.1945	.1922	.1898
23	.2420	.2389	.2358	.2326	.2294	.2261	.2228	.2196	.2163	.2130
24	.2743	.2709	.2675	.2640	.2605	.2570	.2535	.2500	.2464	.2429
25	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2842	.2807	.2772
26	.3446	.3408	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
27	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
28	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
29	.4502	.4462	.4422	.4383	.4343	.4304	.4264	.4225	.4186	.4147
30	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

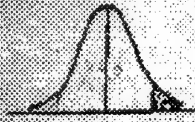
Areas of a Standard Normal distribution

%	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	5000	5049	5098	5147	5196	5245	5294	5343	5392	5441
0.1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0.2	5793	5832	5871	5910	5949	5987	6026	6065	6104	6143
0.3	6178	6217	6255	6293	6331	6369	6407	6445	6483	6521
0.4	6554	6591	6628	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0.5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0.6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0.7	7580	7611	7642	7673	7704	7734	7764	7794	7823	7852
0.8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0.9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1.0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1.1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1.2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1.3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1.4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9279	9293	9307	9321
1.5	9335	9349	9362	9376	9389	9402	9415	9428	9441	9454
1.6	9467	9479	9491	9503	9515	9527	9538	9549	9560	9571
1.7	9582	9593	9604	9615	9625	9636	9646	9656	9666	9676
1.8	9686	9696	9706	9716	9726	9736	9746	9756	9766	9775
1.9	9785	9794	9803	9812	9821	9830	9839	9848	9857	9866
2.0	9875	9884	9893	9902	9911	9920	9929	9938	9947	9956
2.1	9965	9974	9983	9992	10000	10008	10016	10024	10032	10040
2.2	10048	10056	10064	10072	10080	10088	10096	10104	10112	10120
2.3	10128	10136	10144	10152	10160	10168	10176	10184	10192	10200
2.4	10208	10216	10224	10232	10240	10248	10256	10264	10272	10280
2.5	10288	10296	10304	10312	10320	10328	10336	10344	10352	10360
2.6	10368	10376	10384	10392	10400	10408	10416	10424	10432	10440
2.7	10448	10456	10464	10472	10480	10488	10496	10504	10512	10520
2.8	10528	10536	10544	10552	10560	10568	10576	10584	10592	10600
2.9	10608	10616	10624	10632	10640	10648	10656	10664	10672	10680
3.0	10688	10696	10704	10712	10720	10728	10736	10744	10752	10760



جدول II: توزيع ت

Student's t Distribution

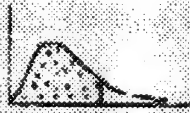


α	P	.10	.05	.025	.01	.005
1		3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2		1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3		1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4		1.533	2.132	2.776	3.747	4.804
5		1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6		1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7		1.415	1.888	2.365	2.998	3.499
8		1.397	1.860	2.306	2.898	3.355
9		1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10		1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11		1.363	1.796	2.201	2.716	3.106
12		1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13		1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14		1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15		1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16		1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17		1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18		1.330	1.734	2.101	2.552	2.876
19		1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20		1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21		1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22		1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23		1.319	1.714	2.068	2.500	2.807
24		1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25		1.316	1.708	2.060	2.486	2.787
26		1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27		1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28		1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29		1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30		1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40		1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60		1.298	1.671	2.000	2.380	2.660
120		1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
∞		1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

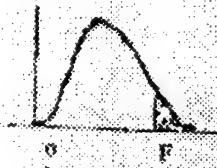


جدول III: توزیع مربع کای

The χ^2 distribution



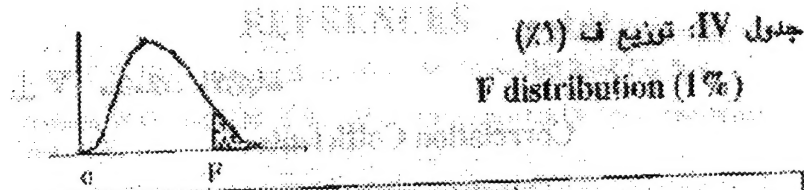
χ^2 V	Pr ($\chi \leq x$)					
	0.01	0.025	0.050	0.85	0.975	0.99
1	0.000	0.001	0.004	3.84	5.02	6.63
2	0.020	0.051	0.103	5.99	7.38	9.21
3	0.115	0.216	0.216	7.81	9.35	11.30
4	0.297	0.484	0.711	9.49	11.10	13.30
5	0.554	0.831	1.15	11.10	12.80	15.10
6	0.872	1.24	1.64	12.60	14.40	16.80
7	1.24	1.69	2.17	14.10	16.00	18.50
8	1.65	2.18	2.73	15.50	17.50	20.10
9	2.09	2.70	3.33	16.90	19.00	21.70
10	2.56	3.25	3.94	18.30	20.50	23.20
11	3.05	3.82	4.57	19.70	21.90	24.70
12	3.57	4.40	5.23	21.00	23.30	26.20
13	4.11	5.01	5.89	22.40	24.70	27.70
14	4.66	5.63	6.57	23.70	26.10	29.10
15	5.23	6.26	7.26	25.00	27.50	30.60
16	5.81	6.91	7.96	26.30	28.80	32.00
17	6.41	7.56	8.67	27.60	30.20	33.40
18	7.01	8.23	9.39	28.90	31.50	34.80
19	7.63	8.91	10.10	30.10	32.90	36.20
20	8.26	9.59	10.80	31.40	34.20	37.60
21	8.90	10.30	11.60	32.70	35.50	38.90
22	9.54	11.00	12.30	33.90	36.80	40.30
23	10.20	11.70	13.10	35.20	38.10	41.60
24	10.90	12.40	13.80	36.40	39.40	43.00
25	11.50	13.10	14.60	37.70	40.60	44.30
26	12.20	13.80	15.40	38.90	41.90	45.60
27	12.90	14.50	16.20	40.10	43.20	47.00
28	13.60	15.30	16.90	41.30	44.50	48.30
29	14.30	16.00	17.70	42.60	45.70	49.60
30	15.00	16.80	18.50	43.80	47.00	50.90



F distribution (5%)

جدول IV: توزيع ف (5%)

0.05 Significance Level									
v2/v1	1	2	3	4	5	6	12	24	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	234.9	249.0	254.3
2	18.5	19.2	19.2	19.3	19.3	19.3	19.4	19.5	19.5
3	10.1	9.6	9.3	9.1	9.0	8.9	8.7	8.6	8.5
4	7.7	6.8	6.6	6.4	6.3	6.2	5.9	5.8	5.5
5	6.6	5.8	5.4	5.2	5.1	5.0	4.7	4.5	4.4
6	6.0	5.1	4.8	4.5	4.4	4.3	4.0	3.8	3.7
7	5.6	4.7	4.4	4.1	4.0	3.9	3.6	3.4	3.2
8	5.3	4.5	4.1	3.8	3.7	3.6	3.3	3.1	2.9
9	5.1	4.3	3.9	3.6	3.5	3.4	3.1	2.9	2.7
10	5.0	4.1	3.7	3.5	3.3	3.2	2.9	2.7	2.5
11	4.8	4.0	3.6	3.4	3.2	3.1	2.8	2.6	2.4
12	4.8	3.9	3.5	3.3	3.1	3.0	2.7	2.5	2.3
13	4.7	3.8	3.4	3.2	3.0	2.9	2.6	2.4	2.2
14	4.6	3.7	3.3	3.1	3.0	2.9	2.5	2.3	2.1
15	4.5	3.7	3.3	3.1	2.9	2.8	2.5	2.3	2.1
16	4.5	3.6	3.2	3.0	2.8	2.7	2.4	2.2	2.0
17	4.5	3.6	3.2	3.0	2.8	2.7	2.4	2.2	2.0
18	4.4	3.6	3.2	2.9	2.8	2.7	2.3	2.1	1.9
19	4.4	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.3	2.1	1.9
20	4.4	3.5	3.1	2.9	2.7	2.6	2.3	2.1	1.8
22	4.3	3.4	3.1	2.8	2.7	2.6	2.2	2.0	1.8
24	4.3	3.4	3.0	2.8	2.6	2.5	2.2	2.0	1.7
26	4.2	3.4	3.0	2.7	2.6	2.5	2.2	2.0	1.7
28	4.2	3.3	3.0	2.7	2.6	2.4	2.1	1.9	1.7
30	4.2	3.3	2.9	2.7	2.5	2.4	2.1	1.9	1.6
40	4.1	3.2	2.8	2.6	2.5	2.3	2.0	1.8	1.5
60	4.0	3.2	2.8	2.5	2.4	2.3	1.9	1.7	1.4
120	3.9	3.1	2.7	2.5	2.3	2.2	1.8	1.6	1.3
∞	3.8	3.0	2.6	2.4	2.2	2.1	1.7	1.5	1.0



0.01 Significance Level										
V2(V)	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	4052	4999	5403	5625	5764	5859	5991	6108	6234	6366
2	98.5	99.0	99.2	99.3	99.3	99.4	99.3	99.4	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.5	27.1	26.6	26.1
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	14.8	14.4	13.9	13.5
5	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.3	9.9	9.5	9.0
6	13.7	10.9	9.8	9.2	8.8	8.5	8.1	7.7	7.3	6.9
7	12.3	9.6	8.5	7.9	7.5	7.2	6.8	6.5	6.1	5.7
8	11.3	8.7	7.6	7.0	6.6	6.4	6.0	5.7	5.3	4.9
9	10.5	8.0	7.0	6.4	6.1	5.8	5.5	5.1	4.7	4.3
10	10.0	7.6	6.6	6.0	5.6	5.4	5.1	4.7	4.3	3.9
11	9.7	7.2	6.2	5.7	5.3	5.1	4.7	4.4	4.0	3.6
12	9.3	6.9	6.0	5.4	5.1	4.8	4.5	4.2	3.8	3.4
13	9.1	6.7	5.7	5.2	4.9	4.6	4.3	4.0	3.6	3.2
14	8.9	6.5	5.6	5.0	4.7	4.5	4.1	3.8	3.4	3.0
15	8.7	6.4	5.4	4.9	4.6	4.3	4.0	3.7	3.3	2.9
16	8.5	6.2	5.3	4.8	4.4	4.2	3.9	3.6	3.2	2.8
17	8.4	6.1	5.2	4.7	4.3	4.1	3.8	3.5	3.1	2.7
18	8.3	6.0	5.1	4.6	4.3	4.0	3.7	3.4	3.0	2.6
19	8.2	5.9	5.0	4.5	4.2	3.9	3.6	3.3	2.9	2.5
20	8.1	5.9	4.9	4.4	4.1	3.9	3.6	3.2	2.8	2.4
22	7.9	5.7	4.8	4.3	4.0	3.8	3.5	3.1	2.8	2.3
24	7.8	5.6	4.7	4.2	3.9	3.7	3.3	3.0	2.7	2.2
26	7.7	5.5	4.6	4.1	3.8	3.6	3.3	3.0	2.6	2.1
28	7.6	5.5	4.6	4.1	3.8	3.6	3.2	2.9	2.5	2.1
30	7.6	5.4	4.5	4.0	3.7	3.5	3.2	2.8	2.5	2.0
40	7.3	5.2	4.3	3.8	3.5	3.3	3.0	2.7	2.3	1.8
60	7.1	5.0	4.1	3.7	3.3	3.1	2.8	2.5	2.1	1.6
120	6.9	4.8	4.0	3.5	3.2	3.0	2.7	2.3	2.0	1.4
∞	6.6	4.6	3.8	3.3	3.0	2.8	2.5	2.2	1.8	1.0

الفهرس

رقم
الصفحة

الموضوع

الباب الأول

التوزيع الطبيعي وتطبيقاته

الفصل الأول : التوزيع التكراري المعتدل كمدخل لدراسة التوزيع

الطبيعي .

الفصل الثاني : دوال التوزيع الطبيعي .

الفصل الثالث : تطبيقات ،

الباب الثاني

التوزيعات العينية وتطبيقاتها

الفصل الأول : توزيع متوسطات عينات المجتمع واستخدامه في تقدير

(μ) .

الفصل الثاني : توزيع نسب عينات المجتمع واستخدامه في تقدير

(B)

الفصل الثالث : توزيع متغير ذات الحدين (نجاح وفشل) واستخدامه

في تقدير احتمال وقوع النجاح في المجتمع .

الباب الثالث

اختبارات الفروض

الفصل الأول : اختبار المتوسطات (المقارنات)

الفصل الثاني : اختبار التباينات (التجانس)

الفصل الثالث : اختبار النسب .

الفصل الرابع : اختبار الفرق بيت التكرار الشاهد والتكرار المتوقع .

تابع الفهرس

رقم
الصفحة

الموضوع

الباب الرابع

السلاسل الزمنية

- ٢٢١ - تعريف السلسلة الزمنية (اللفظي ، الرياضي ،
البياني)
- ٢٢٤ - عناصر السلسلة الزمنية (الاتجاه العام ، الموسمية ،
الدورية ، العرضية)
- ٢٢٨ - نماذج تحليل السلسلة الزمنية .
- ٢٢٩ - تحليل السلسلة الزمنية وفقا للنموذج الضربي .

الباب الخامس

الأرقام القياسية

- ٢٦٠ - تعريف الرقم القياسي $\frac{100}{100}$ مع
- ٢٦١ - استخدامات الأرقام القياسية . $75 \frac{24}{100}$
- ٢٦٢ - صيغ (طرق تركيب) الأرقام القياسية ك
- ٢٧٦ - مشاكل تركيب الأرقام القياسية $100 \frac{100}{100}$ مع
- ٢٧٧ - بعض الأرقام القياسية الشائعة .
- ٢٧٩ - تطبيقات

هـ
الحق

وہابیہ

قسمینہ لکھنا

۱۶۶	د رښتيا ، رښتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۶۷	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۶۸	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۶۹	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۷۰	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۷۱	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۷۲	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۷۳	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۷۴	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۷۵	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۷۶	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۷۷	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۷۸	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۷۹	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-
۱۸۰	د ځانگړتيا ، ځانگړتيا (ځينې ځايونو) ځانگړتيا	-

رسول خدا ﷺ بالباب

قيساريقا ولقوڭا

[illegible]